

Indice delle lezioni

(Prof.ssa Cesana)

Lezione numero 1	• Introduzione.	Pagina 1	14 Aprile 2000
	• Terminologia.	Pagina 1	
	• Unità e dimensioni.	Pagina 2	
	• Il raggio del nucleo.	Pagina 2	
	• La distribuzione di carica elettrica nel nucleo.	Pagina 3	
Lezione numero 2	• La distribuzione di carica elettrica nel nucleo.	Pagina 6	17 Aprile 2000
	• La distribuzione di materia nel nucleo.	Pagina 7	
	• La carta dei nuclidi.	Pagina 7	
	• L'energia di legame.	Pagina 7	
Lezione numero 3	• L'energia di legame.	Pagina 10	18 Aprile 2000
Lezione numero 4	• Momento angolare nucleare.	Pagina 14	28 Aprile 2000
	• Parità.	Pagina 14	
	• Momenti elettromagnetici nucleari.	Pagina 14	
	• Il Deutone.	Pagina 16	
Lezione numero 5	• Scattering fra nucleoni.	Pagina 19	2 Maggio 2000
	• Interazione protone-protone e neutrone-neutrone.	Pagina 22	
	• Il modello a scambio di forze.	Pagina 23	
	• Il modello a shell.	Pagina 24	
Lezione numero 6	• Il modello a shell.	Pagina 27	5 Maggio 2000
	• Decadimenti radioattivi.	Pagina 27	
	• Il decadimento α.	Pagina 28	
Lezione numero 7	• Teoria dell'emissione α.	Pagina 31	8 Maggio 2000
	• Momento angolare e parità nel decadimento α.	Pagina 33	
	• Spettroscopia del decadimento α.	Pagina 34	
	• Decadimento β.	Pagina 34	
Lezione numero 8	• Energetica del decadimento β.	Pagina 36	9 Maggio 2000
	• Teoria di Fermi sul decadimento β.	Pagina 37	
	• I test sperimentali classici della teoria di Fermi.	Pagina 40	
	• Regole di selezione dovute al momento angolare e alla parità.	Pagina 41	
	• Reazione di Electron Capture.	Pagina 41	
Lezione numero 9	• Decadimento γ.	Pagina 42	12 Maggio 2000
	• Energetica del decadimento γ.	Pagina 43	
	• Analisi quantistica del decadimento γ.	Pagina 44	
	• Regole di selezione per momento angolare e parità.	Pagina 45	
	• Conversione interna.	Pagina 45	
	• Spettroscopia del decadimento γ.	Pagina 46	
Lezione numero 10	• Spettroscopia del decadimento γ.	Pagina 48	15 Maggio 2000
	• Reazioni nucleari.	Pagina 52	
Lezione numero 11	• Reazioni nucleari e leggi di conservazione.	Pagina 54	16 Maggio 2000
	• Energetica delle reazioni nucleari.	Pagina 54	
	• Sezione d'urto delle reazioni nucleari.	Pagina 56	
	• Sezioni d'urto di scattering e di reazione.	Pagina 57	
	• Il modello ottico e il modello a nucleo composto.	Pagina 59	
Lezione numero 12	• Reazioni dirette.	Pagina 60	19 Maggio 2000
	• Reazioni di risonanza.	Pagina 61	
Lezione numero 13	• Sorgenti di neutroni.	Pagina 65	22 Maggio 2000
	• Sezione d'urto per le reazioni indotte dai neutroni.	Pagina 65	
	• Cattura neutronica.	Pagina 66	
	• La fissione nucleare spontanea.	Pagina 67	

Lezione numero 14	• Fissione indotta.	Pagina 69	23 Maggio 2000
	• Prodotti di fissione.	Pagina 69	
	• Energia di fissione.	Pagina 71	
	• Decadimenti esotici.	Pagina 74	
	• La fusione.	Pagina 75	
	• Energetica della fusione.	Pagina 76	
Lezione numero 15	• Fusione controllata.	Pagina 77	26 Maggio 2000
Lezione numero 16	• Fisica dei neutrini.	Pagina 79	30 Maggio 2000

Riferimenti ai testi:

- **Introductory Nuclear Physics** di Kenneth S. Krane (Ed. Wiley)

Introduzione. Terminologia. Unità e dimensioni. Il raggio del nucleo. La distribuzione di carica elettrica nel nucleo.

Introduzione.

La fisica nucleare nasce nel 1896 con la scoperta di Becquerel della radioattività; diventa infatti da quel momento chiaro che lo studio della struttura della materia deve passare ad un livello più profondo di quello raggiunto dalla fisica atomica. Tra il 1940 e il 1960 diventerà poi evidente che esiste un livello ancora più profondo, di cui oggi si occupa quella branca della fisica oramai nota col nome di fisica delle particelle (o fisica delle alte energie). Sebbene dunque la fisica nucleare non rappresenti più la frontiera più avanzata nell'indagine sulla struttura della materia, tale disciplina fornisce ancora grandi contributi sia legati alla modellizzazione teorica della natura che al campo più squisitamente applicativo.

Terminologia.

Un po' di terminologia iniziale è quantomeno obbligatoria. Come è noto un atomo è una struttura che può essere indicata con il numero Z , detto numero atomico, che rappresenta il numero di cariche positive presenti nel nucleo o, indifferentemente, il numero di elettroni. La più classica esperienza con la quale si misura il numero atomico Z è l'esperienza di Moseley che sfrutta l'osservazione che l'energia di un determinato tipo di raggi X emessi da un elemento è proporzionale a Z tramite la seguente relazione:

$$E_{KX} \propto (Z - 1)^2$$

dove l' 1 che bisogna sottrarre a Z prende il nome di termine di schermo. L'esperienza di Moseley fu una conferma dell'ipotesi di Bohr e fu in seguito utilizzata in maniera inversa per capire, a partire dall'emissione di raggi X, di che tipo di atomo ci si sta occupando. La carica elettrica dell'elettrone controbilancia in maniera perfetta la carica positiva del nucleo, tant'è che da osservazioni sperimentali si ha che, detta e_p la carica del singolo protone ed e_e la carica del singolo elettrone, si avrà:

$$|e_p - e_e| \leq 10^{-18} e$$

dove sia:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$$

Storicamente l'atomo fu inizialmente modellizzato da Thompson come una distribuzione uniforme di cariche positive (dette protoni) e negative (dette elettroni). Anche a seguito della scoperta e dell'introduzione del nucleo nel modello atomico, questo era visto come un ammasso di protoni ed elettroni (questi detti, in particolare, elettroni nucleari) che furono introdotti per spiegare la differenza tra il numero atomico Z e il numero di massa A . Si supponeva infatti che in un nucleo atomico potessero essere presenti A protoni e $Z-A$ elettroni nucleari. Nel nucleo atomico, però, non era sperimentalmente accettabile la presenza di elettroni, per diversi motivi:

1. gli elettroni nucleari avrebbero dovuto essere legati ai protoni con una forza di enorme intensità, mai precedentemente rilevata;
2. elettroni confinati in un Δx adeguato per rappresentare un nucleo ($\sim 10^{-14}$ m) presenterebbero, per il principio di indeterminazione di Heisenberg, un Δp di circa 20 MeV/c; nessun elettrone espulso da un atomo per decadimento β presenta però energie superiori a 1 MeV;
3. lo spin dei nuclei per i quali $A-Z$ è dispari non torna con i dati sperimentali (nel caso del Deuterio, per esempio, che ha $A=2$ e $Z=1$, siccome sia i protoni che gli elettroni hanno spin pari ad $1/2$, lo spin totale dovrebbe essere pari ad $1/2$ o, al più, a $3/2$; sperimentalmente però lo spin del deuterio è pari ad 1);
4. nuclei contenenti elettroni nucleari spaiati dovrebbero presentare un momento di dipolo magnetico circa uguale a quello di un singolo elettrone, in realtà i momenti di dipolo magnetico misurati sono migliaia di volte più piccoli.

Per ottenere i giusti valori sperimentali relativi alla massa del nucleo fu dunque necessario introdurre una nuova particella, elettricamente neutra, che prese il nome di neutrone. Il nucleo diveniva così composto da diversi tipi di particelle, da ora in avanti chiamate genericamente nucleoni. Un nucleo con un determinato numero di nucleoni prende il nome di nuclide. Per quanto riguarda la rappresentazione simbolica è possibile fare riferimento alla figura 1.

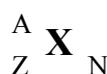


Figura 1

Se dunque X è il simbolo chimico dell'elemento in questione, A prende il nome di numero di massa e indica il numero dei nucleoni, Z è, come detto, il numero atomico (solitamente si considera che indichi il numero dei protoni) mentre N indica il numero di neutroni. Ovviamente, siccome vale la relazione:

$$A = Z + N$$

si deduce che Z è ridondante quando si conosce il tipo di nucleo coinvolto (è infatti noto, per esempio, che H ha un solo protone), N è invece ridondante una volta che conosco Z ed A. Il minimo modo per rappresentare in maniera completa un nuclide è dunque quello mostrato in figura 2.



Figura 2

Per quanto riguarda quindi i diversi isotopi dell'Idrogeno, si potrà parlare di Idrogeno normale ${}^1\text{H}$, di Idrogeno con un neutrone (detto Deuterio) ${}^2\text{H}$ e di Idrogeno con due neutroni (detto Trizio e non presente in natura) ${}^3\text{H}$. Quest'ultimo isotopo è instabile e radioattivo ed è quindi detto radioisotopo o radionuclide. Concludendo questa rapida carrellata sulla terminologia è possibile accennare ai nuclidi isotoni, ovvero caratterizzati dall'aver tutti la medesima N e, infine, ai nuclidi isobari, caratterizzati dall'aver invece tutti la medesima A.

Unità e dimensioni.

La misura della massa dei nuclei viene fatta con gli spettrometri di massa nei quali atomi fortemente ionizzati e poi fatti viaggiare attraverso campi elettrici e magnetici presentano particolari raggi di curvatura. Tali raggi di curvatura possono essere espressi nel modo seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_E = \frac{m \cdot v^2}{q \cdot E} \\ r_M = \frac{m}{q \frac{v}{B}} \end{array} \right.$$

Regolando in maniera opportuna i campi è possibile focalizzare il fascio in un certo punto; la focalizzazione dipende però dal rapporto tra la massa e la carica e quindi, nota la carica, è possibile ricavare la massa. Per calibrare gli spettrometri di massa serve però ovviamente un riferimento e quindi si definisce l'unità di massa atomica (amu) come la dodicesima parte della massa atomica del ${}^{12}\text{C}$ (da notare che si parla di massa atomica perché si fa riferimento anche agli elettroni del carbonio). Nel sistema S.I. si ha allora:

$$1 \text{amu} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{Kg}$$

Ricordando la famosa relazione

$$E_{\text{tot}} = mc^2$$

è possibile esprimere la massa atomica anche in unità di energia divisa per il quadrato della velocità della luce; i valori nel S.I che si ricavano in questo modo sono piuttosto scomodi e quindi si utilizza l'eV, ricordando che 1 eV è l'energia cinetica di un elettrone che attraversa una differenza di potenziale di 1V, ovvero:

$$1 \text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Multipli molto usati dell'eV sono i keV, i MeV e i GeV. Usando dunque gli eV si ha:

$$1 \text{amu} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Per quanto riguarda allora il neutrone e l'atomo di Idrogeno (molto più spesso usato rispetto al singolo protone) si può scrivere:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_N = 1,00866501 \text{amu} = 939,571 \text{MeV} \\ m_H = 1,00727647 \text{amu} = 938,28 \text{MeV} \end{array} \right.$$

Si nota che, come spesso accade, nell'espressione della massa non si fa riferimento alla velocità della luce che diventa implicita. Per quanto riguarda le dimensioni spaziali dei nuclei, un'unità comoda è il femtometro, detto anche Fermi (e a volte indicato con il simbolo F):

$$1 \text{fm} = 10^{-15} \text{m}$$

Il raggio del nucleo.

È giunto ora il momento di analizzare con maggiore dettaglio il nucleo atomico; tale analisi avrà inizio con la ricerca di proprietà statiche come il raggio, la massa, la carica, etc... Il primo esperimento riguardante il nucleo atomico fu la famosa esperienza di Rutherford del 1911, nella quale era stato osservato che delle particelle cariche (che poi si riveleranno essere particelle α) sparate contro atomi d'oro, venivano diffuse elasticamente con angoli quasi pari a 180° . Per poter spiegare questi risultati fu necessario, appunto, introdurre il concetto di nucleo atomico, nel quale fosse

contenuta la massa e la carica positiva dell'atomo. Proprio partendo da questo esperimento è possibile dedurre qualche stima sulle dimensioni del nucleo: Rutherford utilizzò, come detto, proiettili costituiti da particelle α con carica $+2e$ e massa pari a circa $8000m_e$. La probabilità dp di ottenere particelle diffuse in un angolo solido $d\Omega$ è, facendo riferimento alla sola interazione elettromagnetica, la seguente:

$$\frac{dp}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{1}{4E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

dove z sia il valore relativo alle particelle α , Z il valore relativo al bersaglio, θ sia l'angolo di scattering ed E_α l'energia del proiettile. Fissati allora tutti i rimanenti parametri, l'andamento della suddetta probabilità in funzione dell'angolo θ di scattering sarà, qualitativamente, quello mostrato in figura 3.

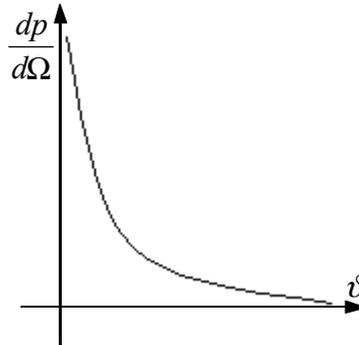


Figura 3

Un'ipotesi che potesse spiegare dei grossi angoli di diffusione e che mantenesse buona la visione di Thompson prevedeva che gli scattering a grande angolo non fossero altro che l'insieme di più scattering a piccolo angolo. Tale ipotesi non rimase però in piedi perché i risultati non variavano variando il numero di proiettili sparati e le dimensioni del target. L'esperienza di Rutherford permette quindi di definire la distanza di massimo avvicinamento:

$$d = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}$$

Aumentando molto l'energia E_α potresti avere delle distanze d piccole ma con campi troppo grandi l'interazione fondamentale non è più quella elettromagnetica e quindi cade tutto il discorso fatto. Rutherford usò come bersaglio l'Oro e come proiettili delle particelle α naturali e quindi con energia circa pari ad 8 MeV. Il rivelatore era una lastra fluorescente che si illuminava dove e quando arrivava la particella α diffusa. Ricordando dunque che:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1,44 \text{ MeV}$$

si ricava che, dall'esperienza di Rutherford:

$$d = 28 \text{ fm}$$

Aumentando l'energia si trova che, sotto un certo valore di d entrano in gioco delle forze diverse che sono molto intense ma con un range molto ridotto. Anche migliorando l'esperienza di Rutherford si arrivava a parlare, per i nuclei, di ordini di grandezza di circa 10 fm.

La distribuzione di carica elettrica nel nucleo.

Una volta individuate le dimensioni di massima del nucleo risulta naturale passare allo studio di come la carica elettrica sia distribuita al suo interno, supponendo che valga la simmetria sferica; per fare questo il giusto mezzo sono gli elettroni in quanto sono sensibili alla carica elettrica positiva del nucleo e possono essere accelerati fino ad avere la lunghezza d'onda di De Broglie adatta per esplorare un oggetto delle dimensioni, appunto, di 10 fm. Attorno agli anni '50 si utilizzavano elettroni con range di energia tra i 100 e i 500 MeV e bersagli tipo ^{12}C e ^{16}O . Tenendo conto degli aspetti relativistici e della dualità onda-particella sia del target che del proiettile, si avrà un grafico qualitativamente simile a quello mostrato in figura 4 che fa riferimento al caso specifico di un bersaglio di ^{12}C con elettroni da 420 MeV.

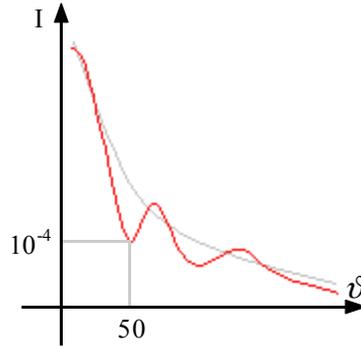


Figura 4

Nel grafico è mostrata l'intensità I degli arrivi che presenta un andamento generale (mostrato in grigio) lungo il quale sono rilevabili alcuni picchi. In corrispondenza del primo minimo si va a definire un raggio di circa 2,3 fm. L'interpretazione del dato sperimentale porta dunque alla seguente relazione:

$$\left(\frac{dp}{d\Omega} \right)_{sper} = \left(\frac{dp}{d\Omega} \right)_{scattering} [F(\vec{q})]^2$$

dove $F(\mathbf{q})$ è detto fattore di forma mentre \mathbf{q} è la grandezza cinematica che si misura, è chiamato momento trasferito ed è definito nel modo seguente:

$$\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$$

con \mathbf{k}_i e \mathbf{k}_f vettori d'onda legati all'elettrone rispettivamente prima e dopo lo scattering. Per quanto riguarda la forma analitica del fattore di forma, sono state nel tempo proposte diverse versioni in quanto sono state cercate quelle che rappresentavano al meglio i dati sperimentali. Detta allora $V(r)$ l'espressione dell'interazione tra l'elettrone e la carica bersaglio, si avrà:

$$F(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} V(r) d\nu$$

Esplicitando poi in maniera classica l'espressione dell'interazione si ottiene:

$$F(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(r) d\nu$$

dove $\rho(r)$ è la distribuzione di carica che permette di ricoprire al meglio i dati sperimentali ed ha la seguente forma:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

dove R è un parametro definito in modo che la densità ρ valutata in R sia pari alla metà della densità ρ valutata nell'origine, a è invece un altro parametro, definito come segue:

$$a = \frac{t}{4,4}$$

dove t è detta skin thickness (ovvero spessore di pelle) ed è la distanza entro la quale la densità di carica passa dal 90 al 10%, ovvero:

$$t = r \left(\frac{\rho}{\rho_0} \Big|_{0,1} - \frac{\rho}{\rho_0} \Big|_{0,9} \right)$$

Il significato dello spessore di pelle si comprende meglio facendo riferimento alla figura 5, per la quale sia:

$$\begin{cases} r_1 = R \frac{\rho}{\rho_0} \Big|_{0,9} \\ r_2 = R \frac{\rho}{\rho_0} \Big|_{0,1} \end{cases}$$

e quindi:

$$t = r_2 - r_1$$

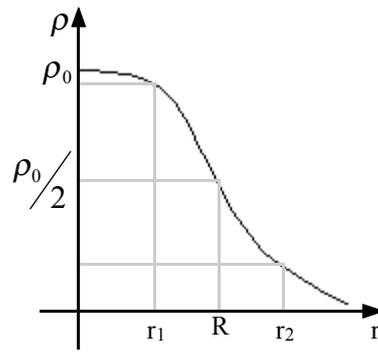


Figura 5

Con la distribuzione di carica fin qui trovata si ottiene una buona rappresentazione relativa ai nuclei medio-pesanti oltre il ^{12}C (mentre per i nuclei con A piccolo la distribuzione è praticamente di tipo gaussiano) con a circa uguale a $0,8\text{fm}$ ed R , che prende il nome di raggio del nucleo, legato ad A dalla relazione:

$$R = R_0 A^{1/3}$$

La densità di carica nel punto centrale, ρ_0 , è di circa 1e per ogni fermi al cubo.

La distribuzione di carica elettrica nel nucleo. La distribuzione di materia nel nucleo. La carta dei nuclidi. L'energia di legame.

La distribuzione di carica elettrica nel nucleo.

Dall'ultima relazione scritta nella lezione precedente si deduce che:

$$R_0 = \frac{R}{A^{1/3}}$$

nella tabella numero 1 sono dunque raccolti i dati relativi ad alcuni nuclidi.

Elemento	R sperimentale [fm]	R ₀ calcolato [fm]	t sperimentale [fm]
¹⁶ O	2,61	1,04	2,3
¹⁰³ Ag	5,33	1,12	2,3
²⁰⁸ Pb	6,65	1,12	2,3

Tabella 1

Dai dati forniti si evince che il parametro *t* è dunque una costante così come, a grandi linee, R₀. Sempre supponendo che il nucleo sia di forma sferica è a questo punto possibile esprimere nel modo seguente la densità dei nucleoni, che si rivela quindi una costante:

$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi \left(R_0 A^{1/3}\right)^3} = \text{costante}$$

La forma sferica non è però l'unica possibile forma dei nuclei; si possono avere anche delle deformazioni come quelle mostrate in figura 1.

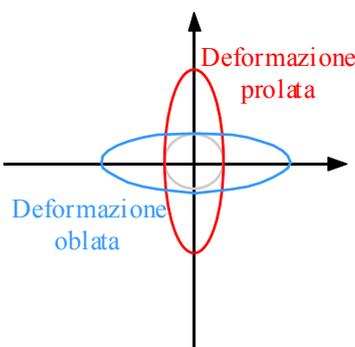


Figura 1

La deformazione può arrivare al punto che, detto R il raggio del nucleo e ΔR lo scostamento dalla situazione sferica, sia:

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,2$$

Sono sottoposti a deformazioni alcuni nuclei leggeri, le terre rare e tanti nuclei con numero Z maggiore di quello dell'Uranio. Oltre ad essere calcolato, il termine R₀ può anche essere misurato studiando gli spettri atomici (in particolare gli spettri dei raggi X); si possono infatti studiare le energie degli spettri X legati alle transizioni dallo stato *l* allo stato *s* e valutare la differenza tra le energie di emissione, supponendo prima i nuclei puntiformi e poi considerando la distribuzione di carica. Un ulteriore metodo di misura del termine R₀ prevede l'utilizzo degli atomi muonici (atomi del tutto identici a quelli normali ma con muoni invece degli elettroni); i muoni hanno massa a riposo circa 200 volte più grande di quella degli elettroni e questa differenza si ripercuote sul raggio di Bohr, definito come:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m}$$

Il raggio di Bohr relativo agli atomi muonici sarà circa 200 volte più piccolo di quello relativo agli atomi normali; con Z pari a circa 50 si avrà allora:

$$a_0^\mu = 5\text{fm}$$

mentre il raggio del nucleo è:

$$R = 4,7 \text{ fm}$$

E' dunque evidente che il raggio del nucleo e il raggio dell'atomo sono molto simili e quindi gli elettroni proiettile sono meno disturbati dalla nube negativa attorno al nucleo. Anche le misure di R_0 fatte con gli atomi muonici confermano i valori visti in precedenza. Solitamente si pone quindi:

$$R_0 = 1,25 \text{ fm}$$

e quindi si avrà:

$$R = 1,25 A^{1/3}$$

La distribuzione di materia nel nucleo.

Per sondare la distribuzione di materia nel nucleo è necessario trovare una sonda adatta (se si vogliono utilizzare le particelle α si deve tarare bene l'energia); si dovranno infatti utilizzare particelle che risentono solo del legame nucleare. In un modo o nell'altro si trova una cosa molto simile a quanto visto per la carica, in particolare si ha che la densità di materia nel punto centrale è di $2,7 \cdot 10^{17}$ kg per ogni metro cubo.

La carta dei nuclidi.

I nuclidi fino ad ora conosciuti sono rappresentati sulla carta dei nuclidi (detta anche carta di Segrè) che ha una struttura simile a quella mostrata qualitativamente in figura 2.

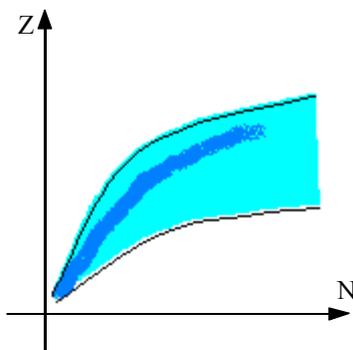


Figura 2

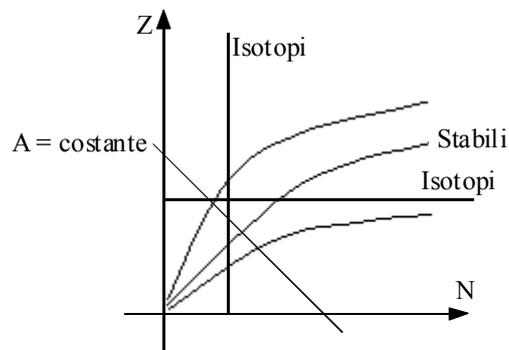


Figura 3

Si nota quindi che tutti i nuclidi si trovano nella zona colorata che, a grandi linee, è compresa tra la linea che individua l'assenza di energia necessaria per eliminare un neutrone (in basso) al di sotto della quale non troviamo nessun nuclide e la linea che indica l'assenza di energia necessaria per togliere un protone (in alto), al di sopra della quale ci sono solo pochi nuclidi detti emettitori di protoni. In figura 3 la carta dei nuclidi è mostrata in maniera maggiormente schematizzata; la retta con A costante prende, in questo grafico, il nome di retta isobara. I nuclidi stabili, che sono circa 300, sono disposti (fino circa ad A pari a 50) nella zona più scura del grafico, ovvero in prossimità della retta

$$N = Z$$

Quando A diventa grande i nuclidi stabili tendono invece ad avere N maggiore di Z. I nuclidi instabili conosciuti sono poi circa 2700 ma la ricerca è ancora aperta: risale infatti al 1996 la scoperta dell'elemento con Z pari a 112 e al 1999 quella relativa agli elementi con Z pari a 114 e 118. Per ogni nuclide con Z minore di 83 esiste almeno un isotopo stabile (fatta eccezione per Z nullo, che è il neutrone, Z pari a 43 che è il Tecnezio, Tc, e per Z pari a 61 che è il Promezio, Pm). Per Z maggiore di 83, invece, non esistono nuclidi stabili ma esistono delle previsioni teoriche secondo le quali potrebbe essere stabile l'elemento con $Z=114$ ed $N=184$. Per ottenere nuclidi con Z abbastanza grande bisogna fondere tra di loro i nuclei superando dunque la repulsione coulombiana. La maggioranza dei nuclidi stabili presenta sia Z che N pari e quindi si parla di nuclidi pari-pari, i restanti presentano N pari e Z dispari, o viceversa. Solamente 4 dei nuclidi stabili presentano N e Z dispari e quindi prendono il nome di dispari-dispari e sono: ${}^2_1\text{H}_1$, ${}^8_3\text{Li}_5$, ${}^{10}_5\text{B}_5$ e ${}^{14}_7\text{N}_7$. Nuclidi particolari sono quelli con N e Z particolare detti numeri magici, che sono: 2, 8, 28, 50, 82, 114 e, solo per il numero Z, 126 e 184.

L'energia di legame.

Ovviamente c'è un'importante differenza tra la massa di un nucleo e la massa dei suoi costituenti e si parla di difetto di massa per indicare la differenza tra la massa del nucleo e la massa dei nucleoni che lo compongono. Essendoci una differenza di massa ci sarà un'energia, detta energia di legame (BE = binding energy) che viene definita nel modo seguente:

$$B.E. = [Zm_H + (A - Z)m_N - M(Z, A)]c^2$$

dove m_H sia la massa dell'Idrogeno, m_N sia la massa di un neutrone mentre $M(Z,A)$ è la massa del nucleo caratterizzato da numero atomico Z e numero di massa A . In questa espressione si come non si tenga conto dell'energia di legame degli elettroni dell'atomo poiché queste sono dell'ordine di 1 eV. L'energia di legame di un nucleo si aggira attorno all'1% dell'energia complessiva. In figura numero 4 è rappresentato in maniera qualitativa l'andamento generale dell'energia di legame BE relativa ad ogni singolo nucleone in funzione del numero dei nucleoni.

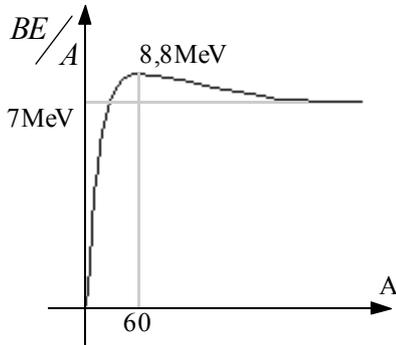


Figura 4

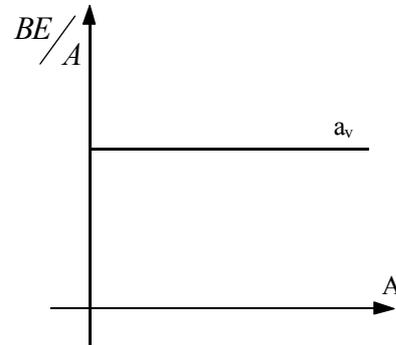


Figura 5

A parte il picco iniziale si può dunque osservare che:

$$\frac{BE}{A} = \text{costante}$$

e battezzando a_v tale costante si ottiene la seguente relazione:

$$BE = a_v A \quad (1)$$

Si può fare allora riferimento al grafico di figura 5. L'ultima relazione scritta non tiene però conto della differenza tra i nucleoni di superficie e i nucleoni interni al nucleo; il contributo di questi due gruppi all'energia di legame è infatti differente. Come conseguenza la relazione (1) sovrastima l'effettiva energia di legame ed è dunque necessario sottrarre un termine correttivo relativo alla superficie. Siccome poi la superficie dipende dal quadrato del raggio e il raggio è espresso dalla relazione:

$$R = R_0 A^{1/3}$$

si ottiene:

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3}$$

dove a_s sia una costante moltiplicativa (la correzione sarà ovviamente tanto più significativa quanto più i nuclei sono piccoli). Per tenere invece in considerazione la repulsione coulombiana tra i protoni del nucleo che ovviamente si oppone al legame tra i nucleoni è necessario aggiungere un termine di correzione coulombiana che porta alla seguente espressione:

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{Z(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0 A^{1/3}}$$

L'ultimo termine considerato viene solitamente approssimato ottenendo la seguente forma:

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0 A^{1/3}}$$

e ancora, accorpare tutte le costanti in un'unica costante moltiplicativa a_c :

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3} - a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Dai dati sperimentali appare che i nuclidi stabili sono caratterizzati dall'averne (almeno nel caso di A piuttosto piccolo):

$$A = 2Z$$

Senza per ora soffermarsi sul perché di questo fatto, è ovvio che, se si vuole modellizzare il nucleo in maniera realistica, si deve tener conto anche di questo aspetto e quindi si aggiunge un ulteriore termine correttivo detto termine di simmetria che porta alla seguente espressione:

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

Per tener poi conto del fatto che una variazione nell'energia di legame è anche data dal fatto che i nucleoni si possono appaiare in maniera parallela o antiparallela, si deve aggiungere un ulteriore termine, sperimentale, detto termine di pairing, grazie al quale si ottiene:

$$BE = a_v A - a_s R_0^2 A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta$$

Il termine di accoppiamento dipende dai valori di A, N e Z: con A dispari (ovvero con N dispari e Z pari o viceversa) δ è nullo; se A, N e Z sono pari δ è positivo mentre se, con A pari, N e Z sono dispari, δ è negativo. Solitamente si ha:

$$\delta = a_p A^{-3/4}$$

Le costanti moltiplicative fin qui introdotte hanno i seguenti valori numerici:

$$\begin{cases} a_v = 15,5 MeV \\ a_s = 16,8 MeV \\ a_c = 0,72 MeV \\ a_{sym} = 23 MeV \\ a_p = 34 MeV \end{cases}$$

La modellizzazione del nucleo che è stata usata prende il nome di modello a goccia e tratta il nucleo come una goccia di liquido carico elettricamente (in realtà la modellizzazione a goccia si ferma ai primi tre termini mentre gli altri due sono dovuti sostanzialmente a considerazioni empiriche. Questa formula semiempirica non riesce però a gestire la situazione con A composto da Z e/o N magici.