

**Reazioni dirette. Reazioni di risonanza.**

**Reazioni dirette. Reazioni di risonanza.**

Quando si considera lo scattering con particelle cariche si deve tener presente che ci può essere scattering elastico oppure scattering anelastico; fino ad una certa distanza le due particelle interagiscono in maniera coulombiana mentre oltre una certa distanza si ha interazione nucleare. Nell'interazione coulombiana classica, per lo scattering c'è una dipendenza forte di  $\sigma$  da  $\theta$ . Per quanto riguarda invece lo scattering visto come interazione nucleare è possibile fare riferimento al grafico di figura 1.

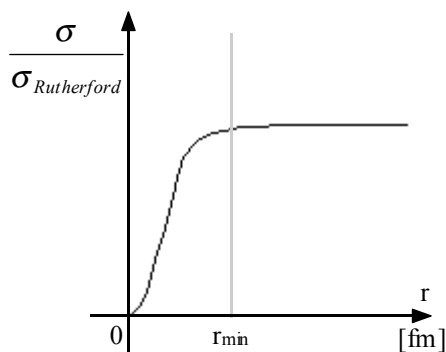


Figura 1

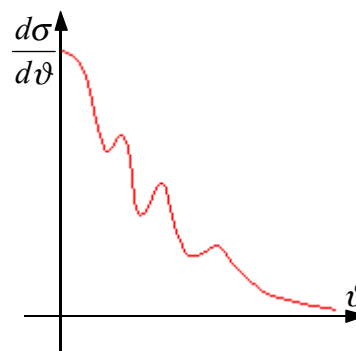


Figura 2

Ovviamente lo scattering di tipo nucleare diventa predominante solamente per raggi inferiori al raggio minimo  $r_{min}$  che ovviamente dipenderà dal parametro d'urto  $b$  e dall'angolo  $\theta$ . Per vedere lo scattering nucleare si lavora con alte energie, grossi angoli  $\theta$  e  $Z$  medio-piccoli. Lo scattering nucleare è un fenomeno assimilabile alla diffrazione e si ha dunque un insieme di massimi e minimi come quelli mostrati nel grafico di figura 2. Quando si fa riferimento allo scattering anelastico bisogna anche fare riferimento all'energia dei fotoni emessi durante il processo di diseccitamento. Si fa inizialmente riferimento alle reazioni dirette: interazione tra il proiettile e pochi nucleoni (in genere quelli alla superficie del nucleo, ovvero i nucleoni di valenza). Si tratta sempre di reazioni rapide e la distribuzione angolare delle particelle emesse presenta una forte dipendenza da  $\theta$ . Le reazioni modellizzate in questo modo sono:

- gli scattering anelastici con energie sostenute;
- le reazioni di stripping;
- le reazioni di pick-up;
- le reazioni di knock-out.

Nelle reazioni di stripping, come mostrato in figura 3, il proiettile perde un nucleone a favore del bersaglio.

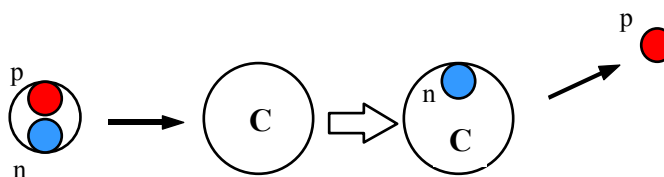


Figura 3

Una reazione di pick-up si ha quando il proiettile strappa e assorbe un nucleone dal bersaglio, come mostrato in figura 4.

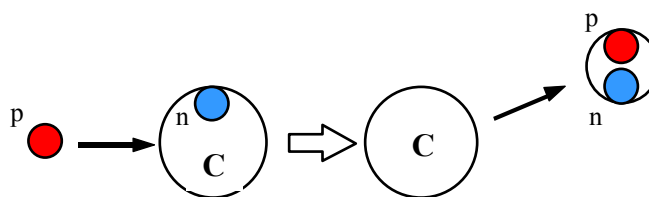


Figura 4

Una reazione di knock-out, infine, si ha quando il proiettile strappa un nucleone dal bersaglio ma non lo assorbe, come mostrato in figura 5.

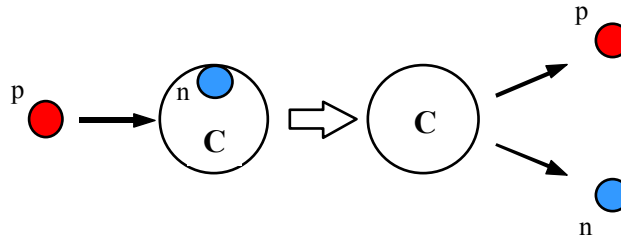


Figura 5

Si faccia dunque riferimento allo stripping del Deutone, per il quale (supponendo che il bersaglio C sia molto grosso) varrà la seguente relazione:

$$\vec{p}_{Rimanente} = \vec{p}_{Deutone} - \vec{p}_{protone}$$

da cui:

$$p^2 = p_D^2 + p_p^2 - 2p_D p_p \cos \vartheta$$

Supponendo che:

$$b \approx R$$

e che il protone assorba tutta l'energia di rinculo; il neutrone sarà accettato dal nucleo bersaglio con:

$$l_n \div \hbar KR$$

dove sia:

$$\vec{K} = \vec{K}_D - \vec{K}_P$$

Si avrà allora:

$$R|\vec{K}_D - \vec{K}_P| \approx l$$

dove  $l$  dipenderà da  $\theta$ . Il nucleo residuo avrà un  $I_{Re}$  ben definito (che verrà chiamato  $I_T$  in quanto si riferisce al target) e tale per cui:

$$\left| I_T - l_n - \frac{1}{2} \right| \leq I_{Re} \leq \left| I_T + l_n + \frac{1}{2} \right|$$

La parità sarà poi determinata dal valore positivo o negativo di  $l_n$ .

### Reazioni di risonanza.

Il modello a nucleo composto è molto utile per descrivere le risonanze nei grafici delle sezioni d'urto. In questo modello è previsto che l'energia portata dal proiettile si distribuisca su tutti i nucleoni del target. Il tempo di reazione è ovviamente grande (fino a  $10^{-16}$  secondi). La distribuzione angolare dei prodotti è pressoché uniforme (in quanto la dipendenza da  $\theta$  è molto leggera). Si può allora scrivere:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_c(E_c, \alpha) G_c(E_c, \beta)$$

dove  $\sigma_c$  è relativa alla formazione del nucleo composto mentre  $G_c$  riguarda la probabilità di decadere in modo da ottenere ciò che interessa. Una verifica importante di questo modello è stata l'osservazione sperimentale della completa indipendenza del decadimento da quello che ha dato origine al nucleo composto. In funzione dell'energia di eccitazione del nucleo composto si ha il grafico di figura 6.

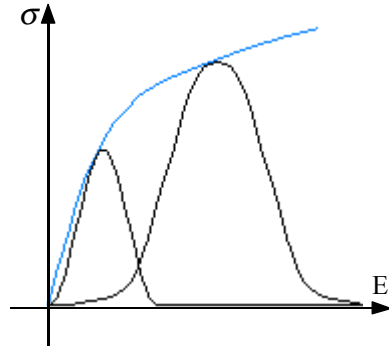


Figura 6

In azzurro viene mostrato l'andamento complessivo mentre i due picchi si riferiscono alla situazione con il decadimento di una o due particelle. La prova sperimentale alla quale si accennava è quella esplicitata nello schema di figura 7.

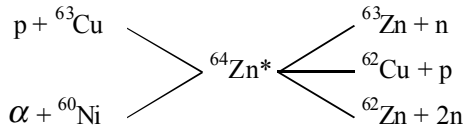


Figura 7

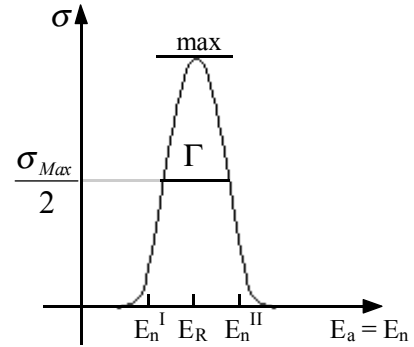


Figura 8

Sono state provate tutte le probabili combinazioni e, con le opportune correzioni (per avere il medesimo valore di energia di eccitazione) le sezioni d'urto relative alla partenza da un caso o da un altro si sovrappongono e quindi la probabilità di emissione è indipendente dalla partenza. Il nucleo eccitato C avrà una vita media  $\tau$  diversa a seconda dei canali di decadimento possibili; ovviamente deve essere:

$$\tau_{\beta} \Gamma_{\beta} = \hbar$$

e anche che:

$$\Gamma_{Tot} = \sum_{\beta} \Gamma_{\beta}$$

dove  $\Gamma_{\beta}$  è la larghezza parziale di ogni singolo canale  $\beta$ . Sarà dunque possibile scrivere che:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_c(E_c, \alpha) \frac{\Gamma_{\beta}}{\sum_{\beta} \Gamma_{\beta}}$$

Si consideri ora una particolare reazione del tipo X(a,b)Y dove X sia un nucleo pesante ed a sia un neutrone e si supponga che l'andamento della sezione d'urto possa essere espresso come mostrato in figura 8. Da tale immagine si nota che, nell'intervallo di valori energetici compreso tra  $E_n^I$  ed  $E_n^{II}$  (quindi, nel caso in esame, per neutroni molto lenti) la sezione d'urto assume valori diversi dal resto dello spettro energetico, a volte anche molto più grandi; si parla in questo caso di risonanza e solitamente la si associa ad un particolare valore di energia (in corrispondenza del quale si trova il picco) detta energia di risonanza  $E_R$ . Per quanto riguarda la sezione d'urto, l'effetto di risonanza è espresso dal termine proporzionale a

$$\sigma_{Scat} \div \sin^2 \delta_l$$

Considerando che  $l$  sia definito si avrà:

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

Per valori di energia simili all'energia di risonanza  $E_R$  si può espandere in serie la cotangente di  $\delta(E)$ :

$$\cot g[\delta_l(E)] = \cot g[\delta(E_R)] + (E - E_R) \left\{ \frac{\partial \cot g[\delta_l(E)]}{\partial E} \right\}_{E=E_R} + \dots$$

Si definisce poi come segue la larghezza a media altezza:

$$\Gamma = 2 \left( \frac{\partial \delta_l}{\partial E} \right)_{E=E_R}^{-1}$$

Si avrà quindi:

$$\cot g[\delta_l(E)] = -\frac{(E - E_R)}{\Gamma/2}$$

Si nota allora che sarà:

$$\sigma = \frac{\sigma_{Max}}{2}$$

quando

$$E - E_R = \pm \frac{\Gamma}{2}$$

e quindi:

$$\cot g \delta_l = \pm 1$$

ovvero:

$$\delta_l = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \dots$$

Ma essendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{Scat} \div \sin^2 \delta_l \\ \sigma = \frac{\sigma_{Max}}{2} \end{array} \right.$$

dovrà essere:

$$\delta_l = \frac{\pi}{4}$$

La funzione cotangente nell'intorno di una situazione di risonanza ben rappresenta la sezione d'urto. Si consideri ora la relazione:

$$\sin^2 \delta_l = \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

essendo poi:

$$\sigma_{Scat} = 4\pi\lambda^2 (2l + 1) \sin^2 \delta_l$$

si otterrà:

$$\sigma_{Scat} = 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} = \pi\lambda^2 \frac{\Gamma^2}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

dove  $\Gamma^2$  dipende dai canali mentre il rapporto  $\Gamma^2/4$  rappresenta la probabilità totale di decadimento dei nuclei. Se i canali fossero diversi bisognerebbe considerare il rapporto tra  $\Gamma_\alpha \Gamma_\beta$  e  $\Gamma_{Tot}$  e quindi si avrebbe:

$$\sigma_{Scat} = \pi\lambda^2 \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\beta}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \gamma$$

dove  $\gamma$  è un fattore di peso necessario in quanto non tutte le combinazioni fra il valore del momento angolare e del momento intrinseco di spin sono adatti per un determinato  $l$ . Le combinazioni saranno del tipo espresso dal seguente rapporto:

$$\frac{2I_C + 1}{(2s_x + 1)(2s_a + 1)}$$

dove sia:

$$I_C = \vec{l} + \vec{s}_a + \vec{s}_x$$

I  $\Gamma$  hanno solitamente valori dell'ordine dell'eV. All'ampiezza di scattering contribuiscono la cattura della particella da parte del nucleo e lo scattering del nucleo intero (e quindi senza cattura di particella). In figura 9 è mostrata la forma reale della sezione d'urto che è dovuta all'interferenza dei due fattori mostrati in grigio e in azzurro e che riguardano, rispettivamente, la forma dello scattering (che ha un andamento proporzionale a  $1/K^2$ ) e il contributo relativo alla superficie (che, ovviamente va come  $4\pi R^2$ ).

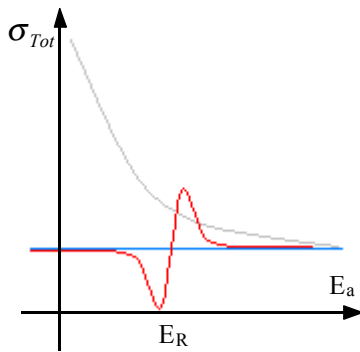


Figura 9

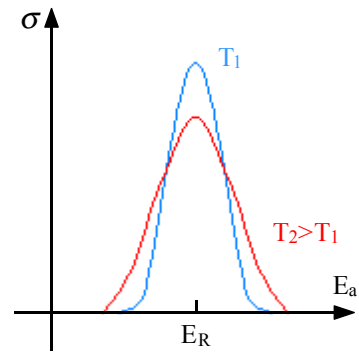


Figura 10

Ricordando quanto visto anche a proposito della formula di Breit-Wigner, è possibile battezzare il  $\Gamma$  che è stato trovato come  $\Gamma$  intrinseco. Per quanto riguarda l'influenza della temperatura si avrà che questa porta ad una agitazione termica del nucleo X e quindi agisce sulla sezione d'urto. La  $\Gamma$  è dunque diversa da quella valutata fino ad ora in quanto si avrà:

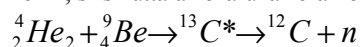
$$\Gamma_{Eff} = \Gamma_{Int} + 2\sqrt{\frac{m}{M} E_R K T}$$

dove i pedici Eff e Int si riferiscono alla situazione effettiva e alla situazione intrinseca mentre m è la massa della particella incidente mentre M è la massa del bersaglio. In figura 10 è mostrato dunque come si modifica l'andamento della sezione d'urto in prossimità di una risonanza quando c'è una variazione di temperatura (si noti che nel grafico relativo alla temperatura più alta il massimo si è abbassato perché le aree devono comunque essere uguali). Questo effetto è anche chiamato effetto Doppler della risonanza.

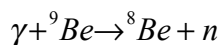
**Sorgenti di neutroni. Sezione d'urto per le reazioni indotte dai neutroni. Cattura neutronica. La fissione nucleare spontanea.**

**Sorgenti di neutroni.**

Alcune importanti reazioni nucleari sono indotte da neutroni ed è opportuno introdurre le sorgenti di neutroni: i neutroni sono classificati in base alla loro energia e si parla allora di neutroni freddi (circa 300m/s), di neutroni termici (0,025 eV), di neutroni epitermici (circa 100 keV) di neutroni veloci (da 1 a 10 MeV) e di neutroni ad alta energia (oltre i 30 MeV). Quasi tutte le sorgenti sono tali da produrre neutroni veloci; (esistono sorgenti radioattive che sfruttano la fissione spontanea) come il  $^{235}\text{Cf}$  che ha un tempo di dimezzamento di 2,65 anni e un  $\beta$  di fissione spontanea del 3%; si tratta di un emettitore  $\alpha$  che produce neutroni con un'intensità  $I$  di circa  $10^{12}$  n/sg (solitamente si creano sorgenti di circa  $10^6$  neutroni al secondo). La distribuzione energetica dei neutroni emessi assomiglia a quella della fissione in reattore. L'aspetto negativo è il tempo di dimezzamento che, alla lunga, ammazza il flusso emesso. Un secondo tipo di sorgente di neutroni è rappresentato dalle sorgenti ( $\alpha,n$ ); una sorgente di questo tipo si ottiene quando un emettitore  $\alpha$  viene immerso in un materiale del tipo Be, B o Li; si sfrutta allora una relazione del tipo:



che presenta un  $Q$  di 5,7 MeV. Anche in questo caso l'energia massima è simile a quella in reattore, non c'è il problema legato al tempo di dimezzamento in quanto si scelgono solitamente emettitori con un tempo di dimezzamento molto elevato (tipicamente si utilizza  $^{226}\text{Ra}$  che ha un tempo di dimezzamento di 1200 anni). Nel caso in cui si usi il Radio (si parlerà allora di sorgente Ra-Be) si avrà una resa di circa 270 neutroni per secondo per 1MBq di attività  $\alpha$ . Nel caso in cui la sorgente sia Americio si parlerà di sorgenti (Am-Be), il tempo di dimezzamento è in questo caso di 241 anni e la resa è di 70 neutroni per secondo per 1MBq di attività  $\alpha$ . In questo tipo di sorgenti lo svantaggio è dovuto all'alta attività  $\alpha$  richiesta. La distribuzione in energia dei neutroni emessi è un'insieme di picchi legati in quanto si tratta della deformazione di una distribuzione ideale a picchi stretti. Un terzo tipo di sorgente è la sorgente ( $\gamma,n$ ) che prende anche il nome di fotoproduzione di neutroni. In questo caso si usano emettitori  $\gamma$  mischiati a Be o D (con un'energia di soglia di 2,22 MeV). Un esempio di emettitore  $\gamma$  è  $^{124}\text{Sb}$  (con energia caratteristica di circa 600 keV) che viene accoppiato al Be per una reazione del tipo:



Questa reazione è molto efficace in quanto il  $^8\text{Be}$  è un doppio magico e dunque è portato alla perdita di neutroni; i neutroni prodotti hanno un'energia media di circa 24 keV (e quindi si tratta di neutroni epitermici) e l'intensità è piuttosto bassa; bisogna quindi avere alte attività. Altri tipi di sorgenti sono i reattori e gli acceleratori; con i reattori si arriva, tramite la fissione, a flussi anche di  $10^4$  n/cm<sup>2</sup>s (il flusso è alto ma lo spettro è piuttosto largo); gli acceleratori permettono di scegliere la reazione adatta per avere i neutroni con l'energia che serve (in questo caso il flusso è basso ma lo spettro è molto concentrato (al limite si hanno neutroni monoenergetici).

**Sezione d'urto per le reazioni indotte dai neutroni.**

Si può ora dunque iniziare a vedere alcune importanti reazioni indotte da neutroni. Supponendo che i neutroni vengano completamente assorbiti se

$$l < \frac{R}{\lambda}$$

e che vengono lasciati stare se le cose sono diverse si avrà:

$$\sigma_R = \pi(R + \lambda)^2$$

ovvero:

$$\sigma_R = \sigma_0 T = \pi(R + \lambda)^2 \frac{4\kappa K}{(\kappa + K)^2}$$

con

$$\begin{cases} \kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \\ K = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E + V_0)} \end{cases}$$

dove  $V_0$  si aggira tra i 35 e i 40 MeV. I neutroni sono epitermici; con

$$E \ll V_0$$

si ha:

$$\kappa \ll K$$

e quindi:

$$\tilde{\lambda} \gg R$$

Si avrà allora:

$$\sigma_R = \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{4\kappa K}{K^2} = 4\pi \frac{1}{K^2} \cdot \frac{K}{\kappa} \cong \frac{4\pi}{\kappa K} \div \frac{1}{v}$$

Siccome c'è proporzionalità rispetto alla velocità si potrà scrivere:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{v_0}{v}$$

con:

$$v_0 = 2200 \frac{m}{s}$$

corrispondente all'energia di 0,025 eV. Questo discorso vale al di fuori della zona delle risonanze; nella zona delle risonanze il nucleo composto si forma in uno stato quasi stazionario con un certo  $\Gamma$  e un certo  $\tau$ .

### Cattura neutronica.

La reazione più importante è la cattura neutronica (n,γ) che è una reazione sempre esotermica che può essere schematizzata come mostrato in figura 1.

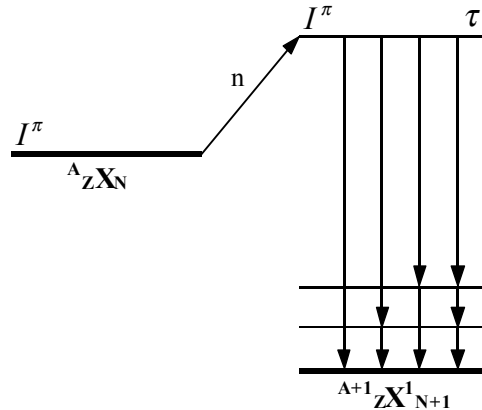


Figura 1

L'energia di eccitazione di  $X^1$  sarà la somma di  $S_n$  e di  $E_n$  (ed è circa pari a 5-10 MeV). In genere la diseccitazione del livello eccitato avviene per emissione  $\gamma$  e ci saranno dei  $\gamma$  primari e dei  $\gamma$  secondari a seconda dell'ampiezza del salto e se si salta subito al livello fondamentale o meno. Si avrà:

$$\begin{cases} I^1 = I + l + s \\ \pi^1 = \pi(-1)^l \end{cases}$$

Se  $l$  è nullo l'energia è piccola. Si avranno transizioni del tipo Ex se c'è cambio di parità in base ad  $l=x$  mentre si avranno transizioni del tipo Mx se non c'è cambio di parità. La reazione di cattura (n,γ) modifica un nucleo X aumentando di un neutrone il suo numero di massa; se dunque X è stabile si passa ad un nucleo prodotto con eccesso di neutroni e quindi, nella maggior parte dei casi, si ha un nucleo  $X^1$  radioattivo ed emettitore  $\beta^-$ . La sezione d'urto  $\sigma_{n\gamma}$  prende il nome di sezione d'urto di attivazione. Se  $X^1$  decade  $\beta^-$  in Y e questo è in uno stato eccitato, ci sarà una ulteriore produzione di fotoni che però non vanno confusi con quelli di partenza. Supponendo di avere  $N_0$  atomi di X, conoscendo  $\sigma(E_n)$ ,  $E_n$  e  $\Phi(E_n)$ , la produzione di nuclei  $X^1$  sarà retta dalla seguente relazione:

$$N_{X^1}(t) = N_0^X \sigma \Phi \frac{(1 - e^{-\lambda t})}{\lambda}$$

Dove il prodotto  $\sigma\Phi$  è detta velocità di produzione totale. Graficamente si potrà fare riferimento al diagramma di figura 2 nella quale si è arrivati al valore asintotico osservando che l'attività massima sarà:

$$\frac{N_0^X \sigma \Phi}{\lambda} \lambda = N_0^X \sigma \Phi$$

e che:

$$T \cong 2T_{1/2}$$

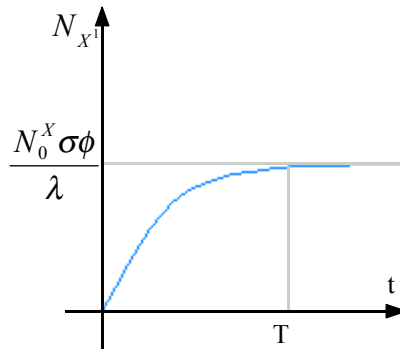


Figura 2

Si osserva dunque che dopo un paio di tempi di dimezzamento non è più conveniente l'irraggiamento se si vuole avere il massimo numero di  $X^1$ ; questo ovviamente se il prodotto è stabile o quantomeno se non decade troppo velocemente.

**La fissione nucleare spontanea.**

Ci si sofferma ora sulla reazione di fissione e parlando di fissione si potrà parlare sia di fissione indotta che di fissione spontanea; questo tipo di decadimento avviene con un nucleo molto deformato che può essere gestito con l'analogia della goccia di liquido, come mostrato nella sequenza di figura 3.



Figura 3

Considerando dunque la goccia di liquido si supponga che una eccitazione  $\epsilon$  porti dalla situazione iniziale (mostrata in figura 4) alla situazione mostrata in figura 5.

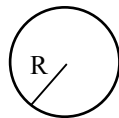


Figura 4

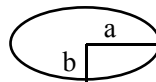


Figura 5

Si noti che il volume rimane in entrambi i casi lo stesso; si avrà inoltre:

$$\begin{cases} a = R(1 + \epsilon) \\ b = \frac{R}{(1 + \epsilon)^{1/2}} \end{cases}$$

Nella formula della massa i termini che esprimono la stabilità sono il termine di volume, il termine di superficie e il termine di interazione coulombiana; passando dalla situazione iniziale (stato A) alla situazione finale (stato B) il termine di volume non cambia mentre cambiano gli altri due. La superficie dell'ellissoide di rotazione è:

$$S = 4\pi R^2 \left( 1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 \right)^{1/2}$$

e dunque è come se si avesse una sfera con un raggio che passa da  $R$  ad  $R_1$  con:

$$R_1 = R \left( 1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 \right)^{1/4}$$

Per quanto riguarda allora il termine di superficie si avrà al seguente evoluzione:

$$a_s A^{2/3} \rightarrow a_s A^{2/3} \left( 1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 \right)$$

mentre per il termine coulombiano si avrà:



$$a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \rightarrow a_c \frac{Z^2}{A^{1/3} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2\right)^{1/2}} = a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2\right)^{-1/2}$$

Sviluppando dunque in serie di potenze si ricava:

$$a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2\right)^{-1/2} = a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2\right)$$

Nella formula della massa si avrà allora che la stabilità è data dalla competizione tra il termine di superficie e quello coulombiano:

$$\Delta E = BE_B - BE_A = -a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2\right) - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2\right) + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

ovvero:

$$\Delta E = \left( -\frac{2}{5} a_s A^{2/3} + \frac{1}{5} a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) \epsilon^2$$

È allora possibile aumentare il  $\Delta E$  aumentando  $\epsilon$  fino a quando la goccia si divide in due parti; ciò avviene quando:

$$\frac{1}{5} a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} > \frac{2}{5} a_s A^{2/3}$$

ovvero:

$$\frac{Z^2}{A} > 47$$

Quando si ha:

$$\frac{Z^2}{A} < 16$$

si ricava che:

$$Q < 0$$

Il range nel quale è possibile la fissione spontanea è dunque il seguente:

$$16 < \frac{Z^2}{A} < 47$$

Si consideri inoltre il grafico di figura 6.

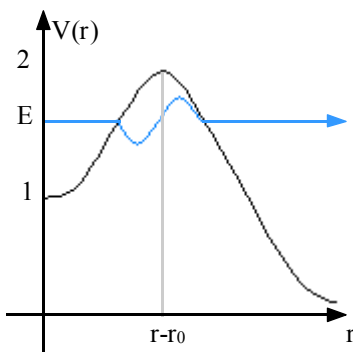


Figura 6

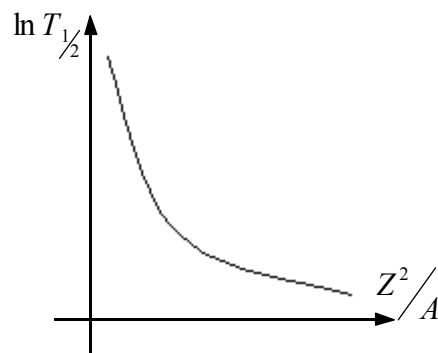


Figura 7

La zona compresa tra  $r$  nullo e  $r-r_0$  è detta zona di deformazione. I due frammenti si toccano ad una distanza corrispondente al massimo della curva del potenziale, da quel punto in avanti si ha repulsione coulombiana. Quando sono all'interno del range si ha energia compresa tra 1 e 2; quando sono oltre il valore di 47 ci si trova con un'energia sopra il massimo del potenziale e non c'è più nessun ostacolo. Il rapporto  $Z^2/A$  è dunque un termine legato alla probabilità di fissione spontanea e si può considerare il grafico di figura 7. Per colmare il gap necessario per superare la buca (con un'energia che prenderà allora il nome di energia di attivazione) si può fornire energia tramite una opportuna particella. Se l'energia di attivazione non è troppo grande si può pensare di indurre fissione.

**Fissione indotta. Prodotti di fissione. Energia di fissione. Decadimenti esotici. La fusione. Energetica della fusione. Fisica dei neutrini.**

**Fissione indotta.**

Il procedimento che porta alla fissione indotta è assolutamente identico a quello visto nel caso della fissione spontanea, si usa però una particella (fotone o neutrone che sia) per fornire l'energia necessaria per attraversare la barriera di potenziale. Ricordando allora il grafico di figura 1, già visto in precedenza, passando da A a B si va da 7,6 MeV per nucleone a 8,5 MeV per nucleone.

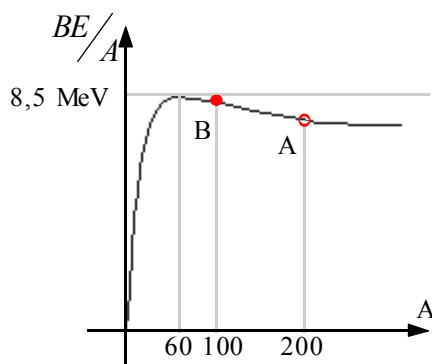


Figura 1

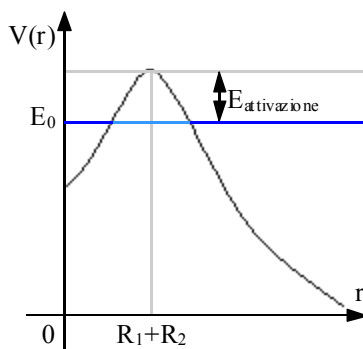


Figura 2

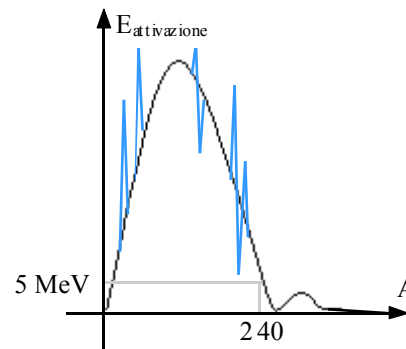
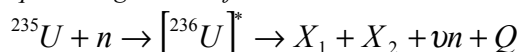


Figura 3

C'è allora una differenza energetica di 0,9 MeV per nucleone; con  $A=240$  vengono dunque emessi circa 200 MeV per ogni fissione. Considerati due frammenti con  $Z$  circa uguale a 40 è possibile ricavare i raggi  $R_1$  ed  $R_2$  e poi ricavare il valore del potenziale nel punto  $R_1+R_2$ ; si troveranno circa 250 MeV. La barriera di potenziale è dunque maggiore dell'energia che si libera con la fissione. Si faccia dunque riferimento all'andamento del potenziale e all'andamento dell'energia di attivazione, che dipende da  $A$  ma anche da  $Z$  (per l'Uranio, che ha  $Z=92$ , si hanno circa 6 MeV) e quindi si faccia riferimento ai grafici di figura 2 e 3. Le discontinuità rappresentate in azzurro sul grafico di figura 3 sono dovute alla presenza dei numeri magici. Per l'Uranio l'energia di attivazione è molto simile al guadagno energetico dell'ultimo neutrone legato.

*Considerando l'energetica completa per l' $^{235}\text{U}$  si ha che le reazioni possibili sono lo scattering elastico, le catture  $\gamma$  e la fissione. Per quanto riguarda la fissione si avrà:*



*dove  $\nu$  è il numero medio di neutroni emessi per ogni fissione mentre  $Q$  raccoglie tutti i termini energetici. Si può approssimare dicendo che  $Q$  è pari a 200 MeV; di questi, 180 MeV vanno in energia cinetica dei frammenti pesanti (si parla dunque di energia diretta o pronta), un'altra parte dell'energia fa ai fotoni e ai neutroni prodotti. Altra energia arriva poi in seguito perché il rapporto  $Z/A$  dei due frammenti è tale da rendere i due frammenti degli emettitori  $\beta$ .; questa frazione si prende 15 MeV. Si deve poi considerare l'energia che si porta via il neutrino (circa 12 MeV); quest'ultima frazione è energia non recuperabile (a differenza dei valori precedenti) perché non è facile far interagire i neutrini.*

**Prodotti di fissione.**

Ci si concentra ora sui prodotti di fissione  $X_1$  ed  $X_2$ ; si inizia col dire che la fissione simmetrica (ovvero  $X_1=X_2$ ) è molto poco probabile (a meno di non usare neutroni ad alta energia e fissili molto più pesanti di  $^{235}\text{U}$ ). Solitamente si ha  $A_1=95$  e  $A_2=140$ ; in realtà si può costruire una curva di resa di massa come quella mostrata in figura 4.

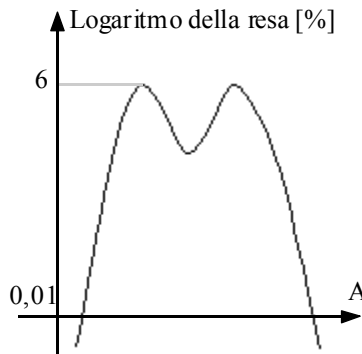


Figura 4

I due frammenti prendono il nome di frammento pesante e frammento leggero ; la probabilità di fissione simmetrica è circa 600 volte inferiore rispetto a quella che si ha in prossimità dei due picchi del grafico di figura 4. Cambiando il fissile si vede ingrossare il frammento leggero mentre il frammento pesante rimane praticamente inalterato (e dunque il rapporto picco-valle diminuisce). Usando il medesimo fissile ma aumentando l'energia dei neutroni i due picchi rimangono abbastanza stabili ma aumenta la probabilità della fissione simmetrica. L'energia che spetta ai prodotti di fissione viene suddivisa in funzione della loro massa, si deve avere:

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Per quanto riguarda l'evoluzione della A dei frammenti di fissione con il crescere della A del fissile di partenza. Si può fare riferimento ai casi esposti nelle figure 5 e 6.

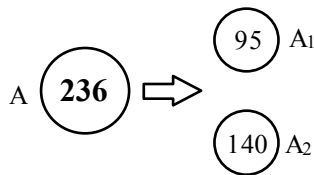


Figura 5

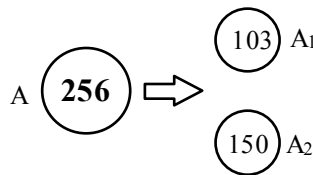


Figura 6

Il fatto che cambi di più  $A_1$  rispetto ad  $A_2$  è dovuto al fatto che attorno ad  $A_2$  (esattamente per il valore di 132) c'è una doppia chiusura di shell (doppio magico) che è una situazione molto conveniente e quindi difficilmente viene abbandonata.

Per  $l^{235}U$  i due picchi di energia dei frammenti sono 66 MeV e 98 MeV (con un rapporto tra i due di circa 0,67 più o meno 95/140). Per i due frammenti con  $A_1=95$  e  $A_2=140$  ci sono 92 protoni da ripartire, anch'essi proporzionalmente con il numero di massa; si usa allora il sistema:

$$\begin{cases} Z_1 + Z_2 = 92 \\ \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{A_1}{A_2} = 0,68 \end{cases}$$

Si arriva così ad avere:

$$\begin{cases} \frac{Z_1}{A_1} = 0,43 \\ \frac{Z_2}{A_2} = 0,41 \end{cases}$$

Il rapporto ideale di stabilità è 0,39 e quindi entrambi i frammenti sono instabili.

Molto spesso i prodotti di fissione sono instabili, la prima cosa che possono fare è emettere direttamente neutroni; per ognuno dei due prodotti di fissione si avrà allora una catena di decadimento  $\beta$  che porta, in 4 o 5 passi, ad elementi stabili.

Due prodotti di fissione particolarmente lunghi a decadere sono  $^{90}Sr$  e  $^{137}Cs$  per i quali si possono considerare i frammenti di catena schematizzati nelle figure 7 e 8.

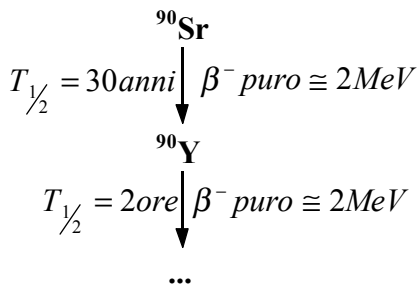


Figura 7

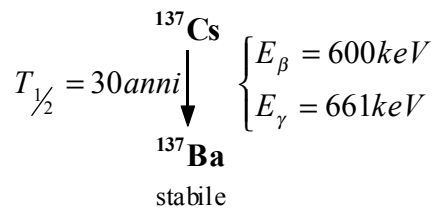


Figura 8

Prodotti di fissione noti sono lo Iodio (dannoso perché particolarmente volatile) e lo Zirconio. I prodotti di fissione sono responsabili della radioattività a breve e medio termine; la radioattività a lungo termine è invece data dai transuranici. I neutroni emessi durante il decadimento  $\beta$  dei frammenti vengono detti neutroni ritardati; quelli prodotti per fissione si chiamano neutroni pronti (praticamente tutti veloci). Il numero medio  $\nu$  di neutroni emessi in seguito alla fissione varia di nuclide in nuclide; in tabella 1 sono mostrati alcuni casi particolari:

Nuclide	Numero medio di neutroni
${}^{235}\text{U}$	2,42
${}^{239}\text{Pu}$	2,86
${}^{256}\text{Cf}$ (fissione spontanea)	3,5

Tabella 1

La distribuzione del numero di neutroni emessi attorno al valore medio è quella mostrata in figura 9.

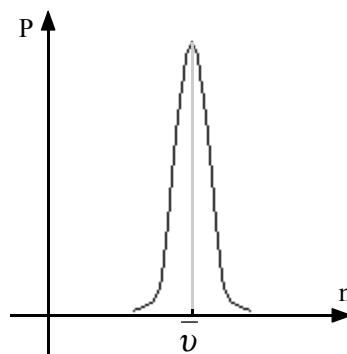


Figura 9

Dal punto di vista energetico, il valor medio dell'energia dei neutroni pronti emessi è 2 MeV, con distribuzione maxwelliana praticamente esaurita a 15 MeV che prende il nome di rappresentazione di Watt ed è esprimibile nel modo seguente:

$$N(E) \div e^{-E/0,97} \sinh(\sqrt{2,229E})$$

I neutroni ritardati vengono emessi dopo il processo di fissione tramite i decadimenti; per  ${}^{235}\text{U}$  con un neutrone termico  $c'$  è un neutrone ritardato ogni 100; mediamente vengono prodotti 10-12 secondi dopo.

### Energia di fissione.

Soffermandosi ora sulle sezioni d'urto si ricorda che in natura l'Uranio è formato al 99,7% di  ${}^{238}\text{U}$  e dallo 0,3% di  ${}^{235}\text{U}$ ; sia per  ${}^{235}\text{U}$  che per  ${}^{238}\text{U}$  si formano i nuclei composti  $[{}^{236}\text{U}]^*$  e  $[{}^{239}\text{U}]^*$ ; nel caso dell' ${}^{236}\text{U}$  l'energia di eccitazione sarà:

$$E_{Ecc} = m^{236}\text{U}^* c^2 - m^{236}\text{U} c^2 = m^{235}\text{U} c^2 + m_n c^2 - m^{236}\text{U} c^2 = 6,5\text{MeV}$$

La cattura di un neutrone da parte dell' ${}^{235}\text{U}$  porta dunque 6,5 MeV; l'energia di attivazione è 6,2 MeV e quindi il solo assorbimento basta per arrivare alla fissione; si dice allora che  ${}^{235}\text{U}$  è un fissile termico. Nel caso di  ${}^{239}\text{U}$  l'energia di eccitazione sarà:

$$E_{Ecc} = m^{239}\text{U}^* c^2 - m^{239}\text{U} c^2 = m^{238}\text{U} c^2 + m_n c^2 - m^{239}\text{U} c^2 = 4,8\text{MeV}$$

L'energia di attivazione è 6,6 MeV e quindi il semplice assorbimento non basta per fissionare l' ${}^{238}\text{U}$ , i neutroni devono infatti anche avere 1,2 MeV di energia cinetica per dare fissione (circa 2 MeV se si tiene conto di una probabilità sensibile). Si parla allora di fissione veloce di  ${}^{238}\text{U}$ . La grossa differenza tra queste due situazioni è mostrata nelle figure 10 e 11 ed è dovuta al termine di pairing.

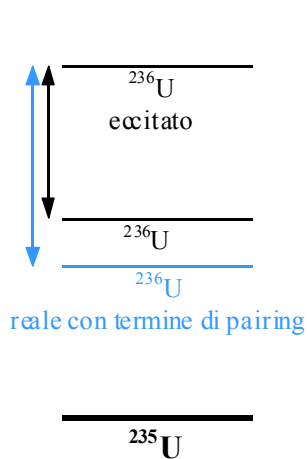


Figura 10

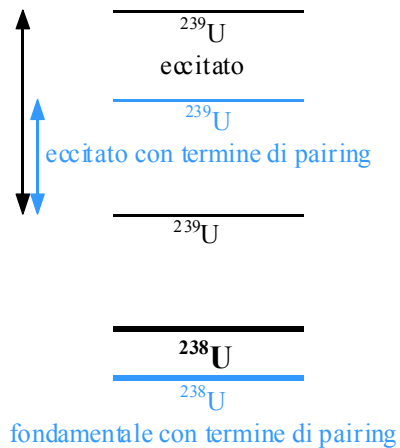


Figura 11

Si vede dunque che se il nucleo di partenza ha N pari, l'assorbimento di un neutrone porta da una riduzione dell'energia di eccitazione (è il caso appunto dell' $^{238}\text{U}$ ) mentre se N è dispari l'energia di eccitazione viene incrementata (è il caso dell' $^{235}\text{U}$ ). Quando dunque N è dispari la fissione termica risulta favorita.

In figura 12 è mostrato l'andamento delle sezioni d'urto totale e di fissione per  $^{235}\text{U}$  nella quale si nota allora che, per una velocità di circa 2200 m/s (che equivale a neutroni termici) si avranno i seguenti valori di sezione d'urto:

$$\begin{cases} \sigma_{Fiss} = 584b \\ \sigma_{\gamma} = 97b \end{cases}$$

ed è quindi evidente che la fissione è la reazione primaria.

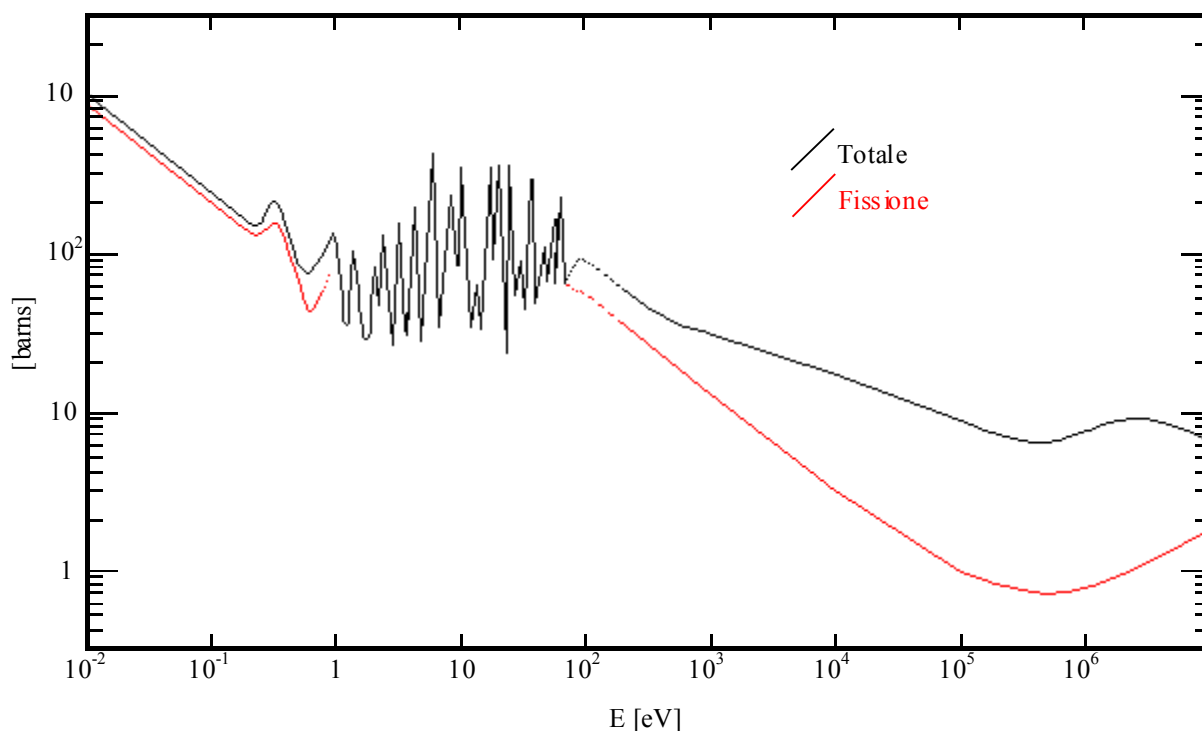


Figura 12

In figura 13 è invece mostrata la sezione d'urto totale e la sezione d'urto di fissione di  $^{238}\text{U}$ .

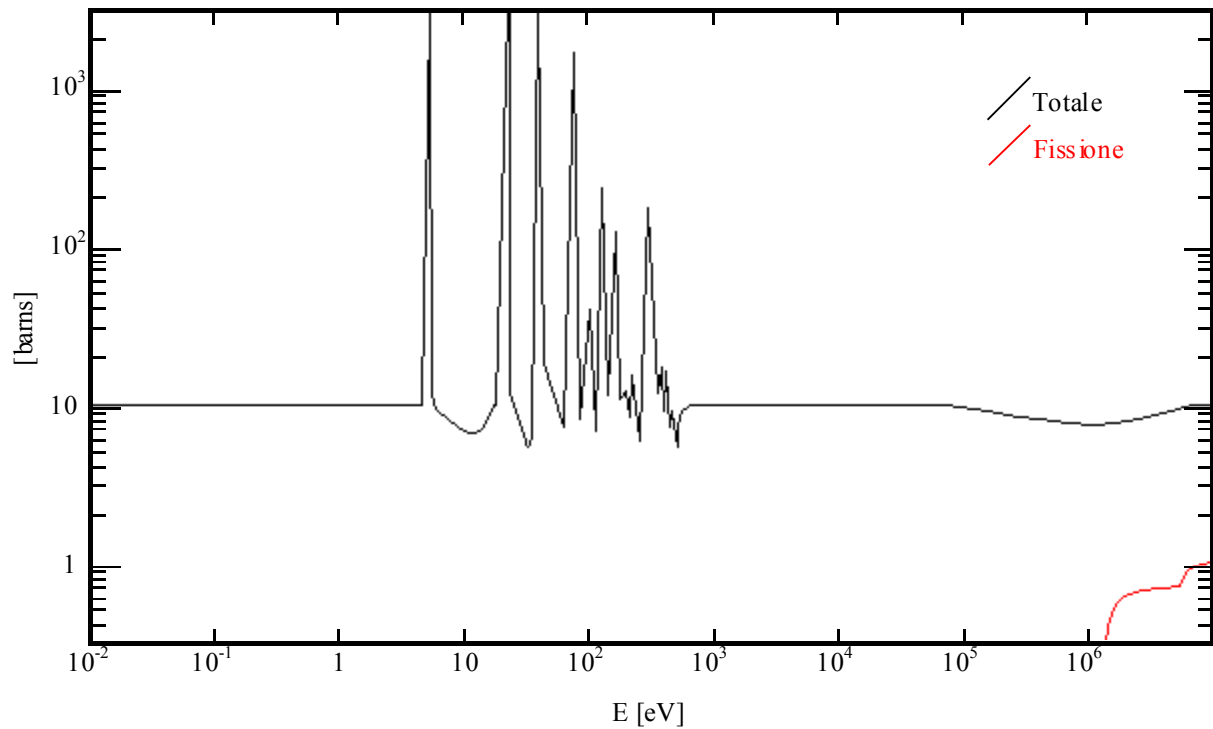


Figura 13

In questa situazione con neutroni termici si avrà:

$$\begin{cases} \sigma_{Tot} = 10b \\ \sigma_{\gamma} = 2,7b \\ \sigma_{Scat} = 8b \end{cases}$$

e si nota come la fissione non sia assolutamente rilevante. L'energia di 1,1 MeV è il limite oltre il quale inizia anche la fissione. Nella zona centrale del grafico si vede una zona detta zona delle risonanze che sono prevalentemente risonanze di cattura.

L'andamento del potenziale mostrato in figura 2, tenendo conto del fatto che c'è una deformazione iniziale, diventerà quello mostrato in figura 14.

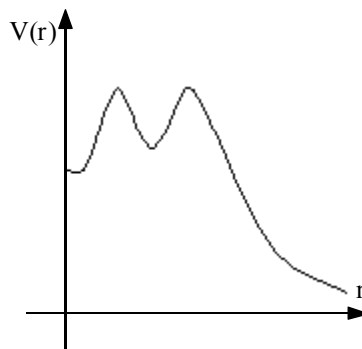


Figura 14

Si definiscono allora diversi isomeri di fissione a seconda che, con una certa energia, si sia nella buca principale o in quella secondaria. La presenza della doppia buca spiega la presenza dei valori non nulli per la sezione d'urto anche sotto la soglia. In figura 15 è mostrata la sezione d'urto di fissione relativa all' $^{238}\text{U}$ .

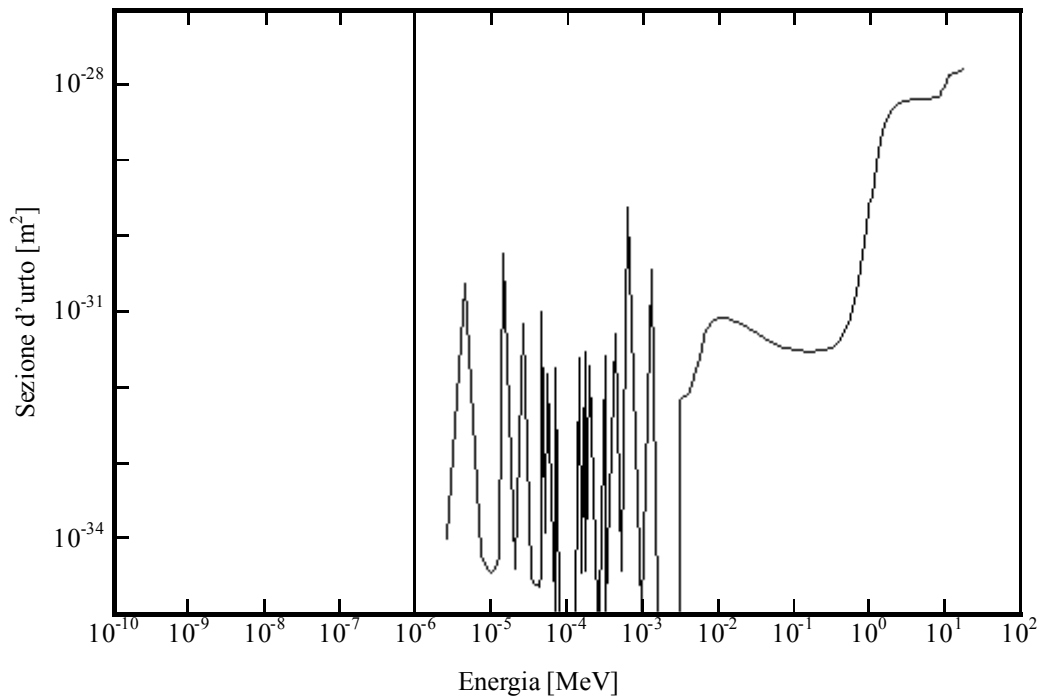


Figura 15

In figura 16 è invece mostrato l'andamento della sezione d'urto di fissione per  $^{237}\text{Np}$ .

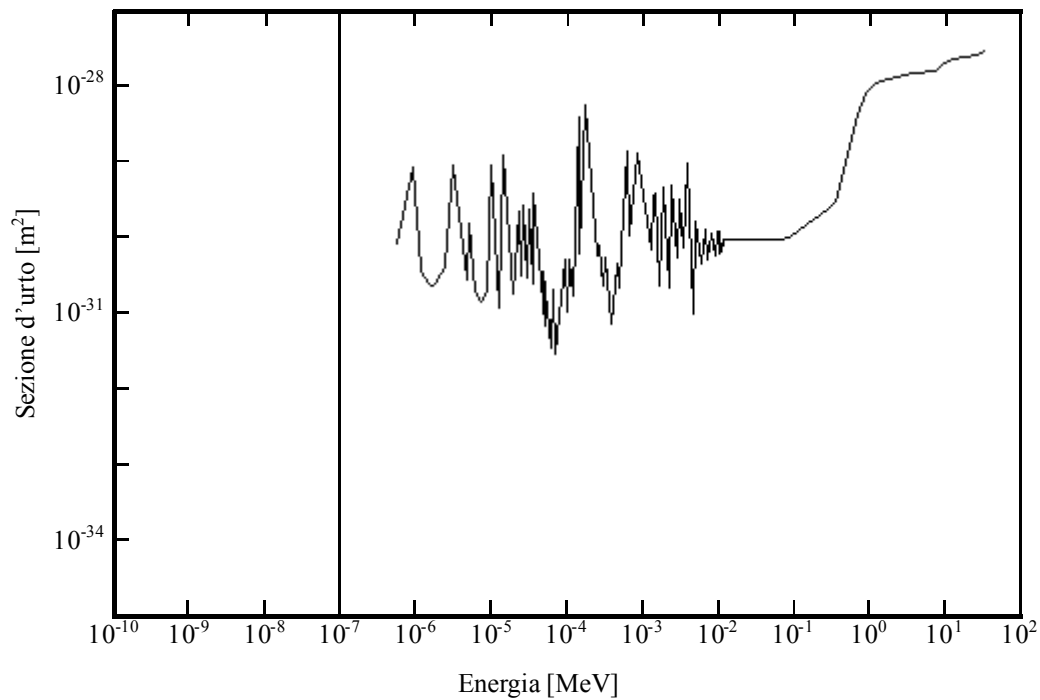


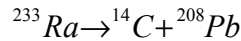
Figura 16

In questo secondo caso è possibile notare come il contributo sottosoglia della sezione d'urto di fissione sia molto più importante e accentuato rispetto al caso della figura 15 dove ci sono diversi ordini di grandezza di differenza tra la situazione sottosoglia e la situazione sovrasoglia.

**Decadimenti esotici.**

Oltre alla fissione ci sono i decadimenti esotici; questi ultimi possono in realtà essere anche visti come emissioni  $\alpha$  generalizzate oppure come fissioni spontanee generalizzate. I decadimenti esotici sono molto difficili da rilevare perché sono solitamente schermati da molte emissioni  $\alpha$ ; i nuclei emessi nei decadimenti esotici sono C, Si, Ne, Mg. La modellizzazione che è stata trovata per questi fenomeni prevede la formazione di cluster con numero maggiore di 4 che

hanno una loro probabilità di attraversare la barriera. Un esempio di decadimento esotico è il seguente (scoperto nel 1984):



dove il  ${}^{14}\text{C}$  viene considerato il nuclide leggero emesso mentre  ${}^{208}\text{Pb}$  viene considerato il nuclide di arrivo. I decadimenti esotici hanno piccola probabilità di avvenire e sono sommersi dai decadimenti  $\alpha$  tanto che si ha:

$$\frac{P_{\text{esot}}}{P_{\alpha}} = 10^{-10}$$

Un decadimento esotico può anche essere scambiato per un evento di fissione spontanea (fortemente sbilanciato e quindi non simmetrico).

### La fusione.

Nella fusione si segue il percorso inverso nel grafico dell'energia di legame per nucleone rispetto al discorso fatto per la fissione. La grossa differenza è riposta nel fatto che bisogna far interagire un nucleo con una particella carica e non con qualcosa di neutro come il neutrone; si deve dunque superare una barriera di potenziale. Si faccia allora riferimento al grafico di figura 17.

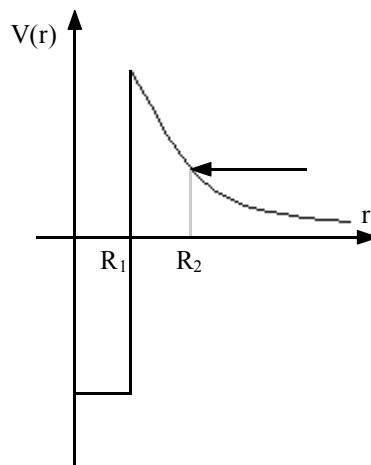


Figura 17

A bassa energia l'andamento della sezione d'urto dipende da un coefficiente di trasmissione del tipo:

$$T = e^{-G(E)}$$

dove G è il fattore di Gamow

$$G = \frac{2}{\hbar c} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2mc^2}{E}} \left[ \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right] \cong \frac{2}{\hbar c} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2mc^2}{E}}$$

Si avrà allora:

$$T = e^{-\sqrt{\frac{E_G}{E}}}$$

con:

$$E_G = 2mc^2 \left( \frac{\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar c 4\pi\epsilon_0} \right)^2$$

Considerando allora la relazione:

$$\sigma(E) = S(E) \frac{1}{E} e^{-\sqrt{\frac{E_G}{E}}}$$

L'andamento della sezione d'urto sarà quello mostrato in figura 18.



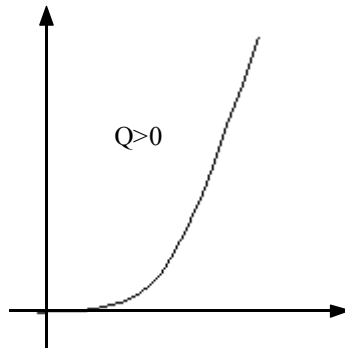
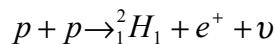


Figura 18

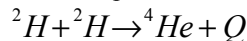
Il termine  $S(E)$  prende il nome di termine spettrografico.

### Energetica della fusione.

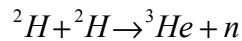
Nel caso della fissione la variazione di  $B/A$  è piuttosto costante mentre nel caso della fusione  $B/A$  varia molto e quindi bisogna soffermarsi su ogni singolo caso. Un modo per aumentare l'energia della particella incidente consiste nell'accelerazione; questo viene fatto nei laboratori di ricerca. Un modo meno svantaggioso consiste nell'aumentare la temperatura; a temperatura ambiente abbiamo circa 0,025 eV, sono invece necessari circa 1 MeV e questo implica temperature di  $10^9$  volte superiori!! Considerando la fusione più semplice (H+H) si ha che, a temperature elevate, si è in presenza di un gas completamente ionizzato: il plasma. Le reazioni utilizzabili per la fusione sono la reazione H+H (ovvero anche p+p); si creerebbe così un nucleo  ${}^2_2\text{He}$  che però è altamente instabile. Un diverso canale della reazione è il seguente:



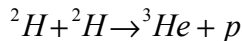
con  $Q$  circa pari a 0,42 MeV. Questa è la prima delle reazioni del Sole. Le reazioni pensate sulla Terra sono le reazioni di tipo D-D oppure D-T; la prima ha tre canali possibili. Il primo è:



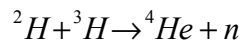
con  $Q$  pari a circa 0,8 MeV per nucleone per un totale di 23,8 MeV. Questo canale ha probabilità praticamente nulla. Il secondo canale è:



con un  $Q$  complessivo pari a circa 2,2 MeV e con probabilità 42%. Il terzo canale è invece il seguente:



con un  $Q$  complessivo di circa 4 MeV e con probabilità del 58%. La reazione D-T prevede invece un unico canale che è:



che ha un  $Q$  complessivo di 17,6 MeV che si ripartiscono tra  $n$  (che prende 14 MeV) e  ${}^4\text{He}$ . Per la fusione diventa importante la grandezza  $\langle \sigma v \rangle$  che prende il nome di velocità di reazione. Nel Sole, oltre alla reazione p-p, abbiamo tutta la catena dell'Idrogeno, il cui scopo è quello di arrivare ad  ${}^4\text{He}$ ; parte poi un secondo ciclo di fusioni di He che porta a  ${}^{12}\text{C}$ ; a questo punto parte la catena delle fusioni di  ${}^{12}\text{C}$  e si va così verso nuclei sempre più pesanti. La tipologia di fusione stabilisce anche la temperatura media della stella.