

Verifica allo slittamento.

Verifica allo slittamento.

Una bobina viene trascinata su un piano mediante un contrappeso applicato alla fune avvolta, come mostrato in figura 1, attorno al nocciolo della bobina. Sono note dalla figure le grandezze geometriche, oltre alle masse m_a ed m_b dei due oggetti coinvolti. Sono inoltre assegnati i seguenti valori relativi ai coefficienti di attrito tra la ruota e il piano:

$$\begin{cases} f_a = 1 \\ f_r = 0,8 \\ f_v = 0,01 \end{cases}$$

- 1- Determinare l'accelerazione con la quale scende il contrappeso.
- 2- Stabilire se vi sia strisciamento nel moto della bobina partendo da condizioni iniziali di quiete.

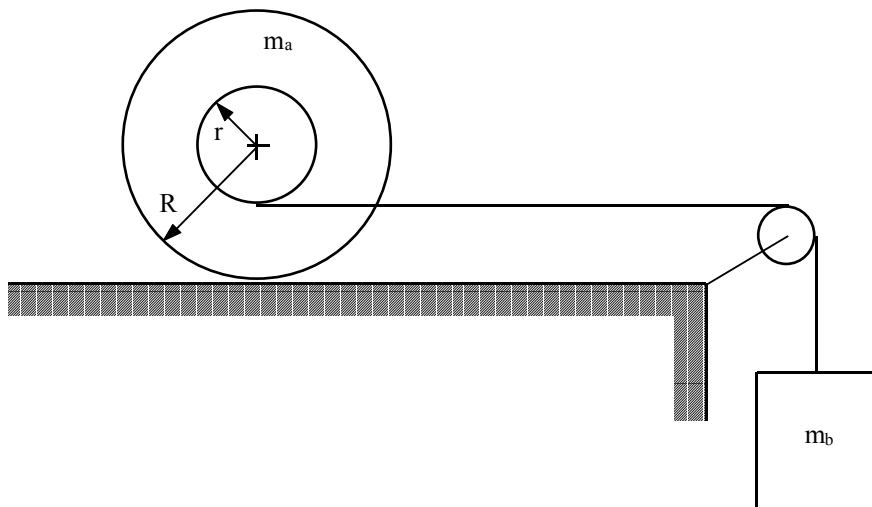


Figura 1

Risulterà ovviamente necessario scomporre il sistema nei suoi due oggetti componenti. Per quanto riguarda dunque il contrappeso si può fare riferimento al disegno di figura 2, dal quale si ricava, imponendo l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$T + m_b a - m_b g = 0$$

dalla quale si ricava:

$$T = m_b (g - a)$$

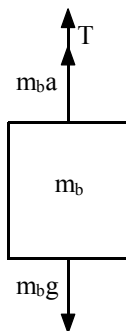


Figura 2

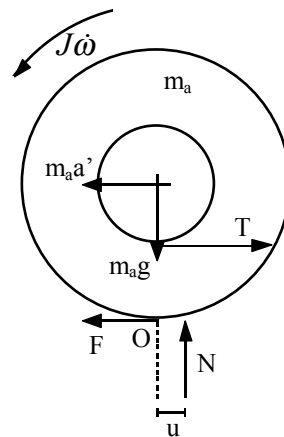


Figura 3

Per quanto riguarda il rocchetto bisogna innanzitutto osservare che questo tenderà a rotolare verso destra e quindi, a causa dell'attrito volvente, la reazione vincolare normale al piano di rotolamento sarà spostata leggermente verso destra rispetto alla verticale passante per il baricentro, come mostrato in figura 3; dalla figura si ricava inoltre come sia:

$$R = 2r$$

Dall'equilibrio alla traslazione verticale si ottiene allora:

$$m_a g - N = 0$$

dalla quale ovviamente si ricava:

$$N = m_a g$$

Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale si ricava invece:

$$F + m_a a' - T = 0$$

dalla quale si ricava:

$$F = T - m_a a'$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al punto O permette infine di scrivere la seguente relazione:

$$-T \frac{R}{2} + m_a a' R + J\dot{\omega} + Nu = 0$$

dalla quale si ricava:

$$T = 2m_a a' + \frac{2J\dot{\omega}}{R} + \frac{2Nu}{R}$$

dove sarà:

$$J = m \frac{R^2}{4}$$

Uguagliando ora le due espressioni della tensione che sono state trovate e considerando che le tre accelerazioni che vi appaiono sono cinematicamente correlate tra di loro, è possibile ricavare l'accelerazione richiesta. Per accertarsi infine che non vi sia strisciamento, si deve verificare la relazione seguente:

$$F \leq f_a N$$

ovvero, nel caso in questione:

$$T - m_a a \leq f_a N$$

Transitorio.

Transitorio.

Un aereo in atterraggio, tocca terra con velocità v_0 pari a 250 km/h; la sua massa m , essendo al rientro e quindi presumibilmente scarico, sia di circa 9 tonnellate. Il carrello dell'aereo (inteso per semplicità come una semplice ruota) abbia un raggio di 40 cm, una massa m_r di 60 kg e il momento d'inerzia che gli si può associare sia di $4,9 \text{ kgm}^2$. Durante l'atterraggio i flap sviluppano una forza scomponibile nelle sua componenti orizzontale e verticale, definibili nel modo seguente:

$$\begin{cases} F_x = c_x v^2 \\ F_y = c_y v^2 \end{cases}$$

dove c_x e c_y sono due coefficienti che valgono entrambi 2. Per comodità, il sistema complesso mostrato in figura 1 può essere modellizzato come mostrato in figura 2, supponendo che tutte le forze possano essere applicate nel baricentro dell'aereo, che si farà poi coincidere con il baricentro della ruota.

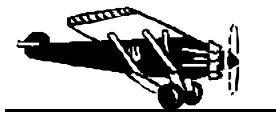


Figura 1

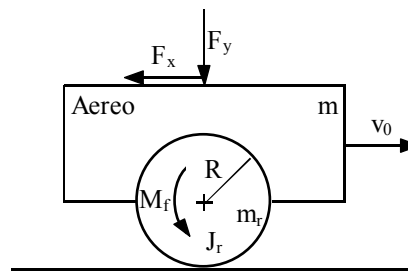


Figura 2

Si supponrà inoltre che le ruote siano inizialmente ferme e che i coefficienti di attrito tra ruota e terreno siano i seguenti:

$$\begin{cases} f_r = 1 \\ f_a = 1,2 \\ f_v = 0,001 \end{cases}$$

Solo dopo che la ruota ha aderito al terreno (per semplicità si suppone che l'aereo atterri orizzontalmente con la pista) entrano in azione i freni, imponendo un momento frenante M_f . Studiare il sistema per capire dopo quanto tempo la ruota ha aderito completamente alla pista e può intervenire il freno.

Ovviamente bisogna tenere ben presente il fatto che l'aereo è munito di due ruote: per semplicità si può però sfruttare la simmetria della struttura e pensare ad una sola ruota, per la quale gli opportuni parametri vengono raddoppiati. Si faccia dunque innanzitutto riferimento alla situazione di figura 3.

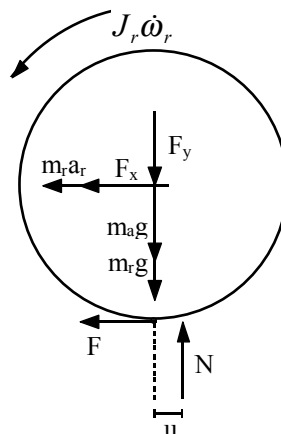


Figura 3

Dall'equilibrio nella direzione verticale si ricava dunque la seguente relazione:

$$N - m_r g - m_a g - F_y = 0$$

ovvero:

$$N - m_r g - m_a g - c_y v^2 = 0$$

dalla quale si ricava:

$$N = m_r g + m_a g + c_y v^2$$

Nel momento in cui l'aereo tocca terra la sua velocità sarà:

$$v_0 = 250 \frac{km}{h} \cong 69,44 \frac{m}{s}$$

e quindi si avrà:

$$N_0 = m_r g + m_a g + c_y v_0^2 \cong 98523 N$$

dall'equilibrio orizzontale della ruota di figura 3 si ricava invece:

$$F + m_r a_r + m_a a_a + F_x = 0$$

Ovviamente l'accelerazione dell'aereo e della ruota coincideranno, essendo tali due pezzi rigidamente collegati, e si avrà quindi:

$$F + m_r a + m_a a + F_x = 0$$

Nel momento in cui l'aereo tocca terra, inoltre, la ruota è ferma e quindi si è all'inizio del transitorio, ciò significa che ci si troverà in presenza di una situazione di attrito radente e quindi bisognerà fare riferimento alla seguente relazione:

$$F = f_r N$$

Combinando le ultime due relazioni scritte si ricava dunque:

$$f_r N + m_r a + m_a a + F_x = 0$$

ovvero:

$$f_r (m_r g + m_a g + c_y v^2) + m_r a + m_a a + c_x v^2 = 0$$

dalla quale si ricava:

$$a = - \frac{f_r (m_r g + m_a g + c_y v^2) + c_x v^2}{m_r + m_a}$$

Al momento dell'atterraggio si avrà allora:

$$a_0 = - \frac{f_r (m_r g + m_a g + c_y v_0^2) + c_x v_0^2}{m_r + m_a} \cong -11,94 \frac{m}{s^2}$$

L'equilibrio dei momenti rispetto al baricentro della ruota porta infine alla seguente relazione:

$$Nu + J_r \dot{\omega}_r - FR = 0$$

ricordando che è:

$$u = f_v R$$

e utilizzando tutti i dati trovati in precedenza si ottiene:

$$(m_r g + m_a g + c_y v^2) f_v R + J_r \dot{\omega}_r - f_r (m_r g + m_a g + c_y v^2) R = 0$$

Da questa relazione si ricava dunque:

$$\dot{\omega}_r = \frac{R (m_r g + m_a g + c_y v^2) (f_r - f_v)}{J_r}$$

da cui si ricava il valore relativo al momento dell'atterraggio:

$$\dot{\omega}_{0r} = \frac{R (m_r g + m_a g + c_y v_0^2) (f_r - f_v)}{J_r} \cong 9650,8 \frac{rad}{s^2}$$

Per studiare il transitorio si può sfruttare il metodo di Eulero che prevede di considerare la seguente relazione:

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \Delta t$$

Per avere un campionamento significativo verrà utilizzato un Δt di 0,1 secondi, grazie al quale, partendo da v_0 , si può ricavare $v_{0.1}$. In maniera assolutamente analoga si può utilizzare la velocità angolare, ovvero sfruttare la relazione:

$$\omega_{t+\Delta t} = \omega_t + \dot{\omega}_t \Delta t$$

Sfruttando i passaggi analitici prima ricavati è poi possibile ricavare le accelerazioni relative alle nuove situazioni e quindi riprendere il discorso daccapo. Idealmente sarebbe utile ripetere circa un centinaio di queste iterazioni, ottenendo così graficamente quanto mostrato nei grafici delle figure 4 e 5.

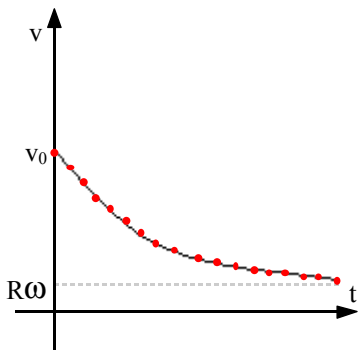


Figura 4

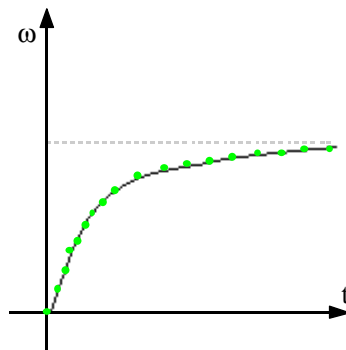


Figura 5

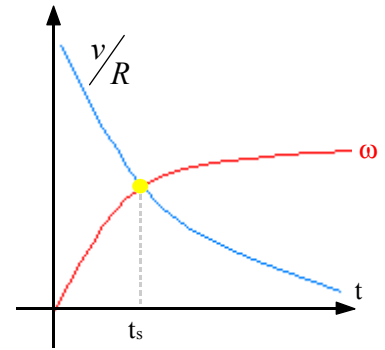


Figura 6

Intersecando i due grafici (per la precisione il primo grafico viene diviso per il raggio R , si ottiene quanto mostrato in figura 6: l'istante temporale a partire dal quale la ruota sta rotolando senza strisciare e quindi risulta efficace l'azione del freno (azionando il freno prima di tale tempo si ottiene solo un consumo spropositato del pneumatico e nessuna azione frenante).

Irregolarità periodica.

Irregolarità periodica.

Una pompa a stantuffo a semplice effetto come quella mostrata in figura 1 deve fornire una portata Q di 2000 litri al minuto con una pressione p_m di mandata di 5 kg/cm^2 e una depressione all'aspirazione p_a di $0,5 \text{ kg/cm}^2$. Impiegando uno stantuffo di diametro D pari a 2010 mm con corsa c di 280 mm si chiede di determinare:

- 1) la velocità di rotazione n della manovella;
- 2) il momento resistente medio M_r ;
- 3) la potenza di targa W_t del motore elettrico.

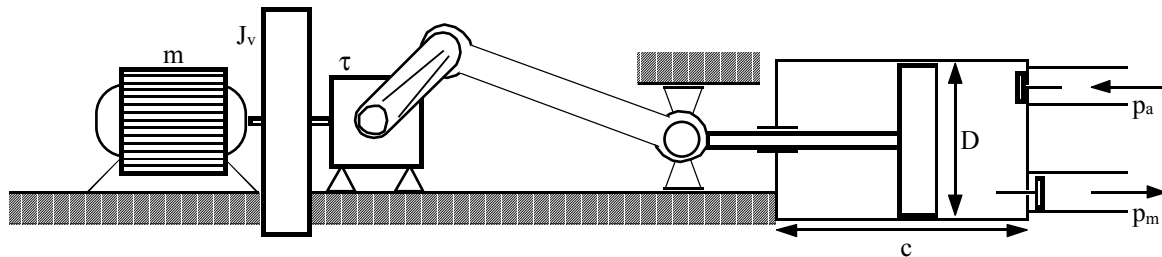


Figura 1

Valutare inoltre, sulla base della frequenza di taglio e del numero di cicli per giro, se la rigidità del motore può essere sufficiente a limitare l'irregolarità periodica. Eventualmente determinare il momento d'inerzia del volano in grado di limitare l'irregolarità al valore i di 0,05, supponendo che le masse m in moto alterno siano pari a 50 kg.
Per ricavare la velocità di rotazione della manovella si può innanzitutto ricavare dai dati forniti la cilindrata della pompa, ovvero il volume spazzato dallo stantuffo, che corrisponde anche al volume di fluido pompato per ogni ciclo; si avrà dunque:

$$V = c \frac{\pi D^2}{4} \cong 9,7l$$

Essendo la pompa a semplice effetto, si ha un ciclo ad ogni giro, per cui il numero di giri al minuto sarà:

$$n = \frac{Q}{V} \cong 206$$

da cui si ricava la seguente velocità angolare:

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n \cong 21,57 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Per quanto riguarda invece il calcolo del momento resistente medio è immediato calcolare il lavoro resistente in un ciclo, essendo le forze resistenti dovute alla pressione sullo stantuffo costanti sia durante la fase di aspirazione che quella di mandata, come mostrato in figura 2.

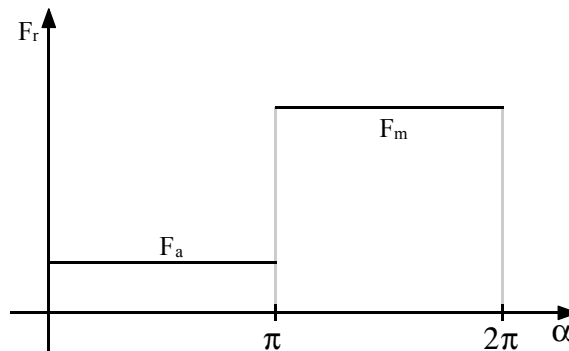


Figura 2

Il lavoro resistente sarà dunque:

$$L_r = F_a c + F_m c = \frac{\pi D^2}{4} (p_a + p_m) c \cong 5227J$$

Il momento resistente medio rappresenta il momento, costante, che immaginato agente sull'albero di manovella darebbe origine in un giro ad un lavoro equivalente a quello delle forze agenti sullo stantuffo; deve dunque valere la relazione:

$$\overline{M}_r 2\pi = L_r$$

da cui si ricava:

$$\overline{M}_r = \frac{L_r}{2\pi} \cong 832 \text{ Nm}$$

Per ricavare la potenza di targa del motore elettrico si deve ricordare che la potenza di targa deve eguagliare la potenza resistente W_r richiesta per il funzionamento della pompa, pari al lavoro compiuto in un ciclo diviso per il tempo T in cui il ciclo si compie:

$$W_r = \frac{L_r}{T}$$

Indicando con f la frequenza (numero di cicli al secondo) si ha:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{60}$$

da cui:

$$W_r = L_r f = L_r \frac{n}{60} \cong 17,946 \text{ W}$$

A identico risultato si arriverebbe moltiplicando il momento resistente medio per la velocità angolare ω della manovella:

$$W_r = \overline{M}_r \omega = \frac{L_r}{2\pi} 2\pi \frac{n}{60} = L_r \frac{n}{60}$$

Si può ora scegliere il motore che, dall'esame della tabella numero 15 a pagina M-176 del Manuale dell'Ingegnere, risulta essere del tipo 160 L, con potenza di targa di 18,5 kW, fornita alla velocità di 2910 giri al minuto. Si può quindi determinare il rapporto di trasmissione τ del riduttore da interporre fra motore e manovella:

$$\tau = \frac{n}{n_m} = 0,07$$

L'analisi della rigidità del motore parte infine dall'osservazione che durante il ciclo il momento resistente applicato alla manovella varierà in funzione della posizione della manovella stessa (individuabile con l'angolo α formato con l'orizzontale a partire dal punto morto esterno) sia per la variabilità della forza resistente, sia per la presenza di un rapporto di trasmissione variabile fra stantuffo e manovella.

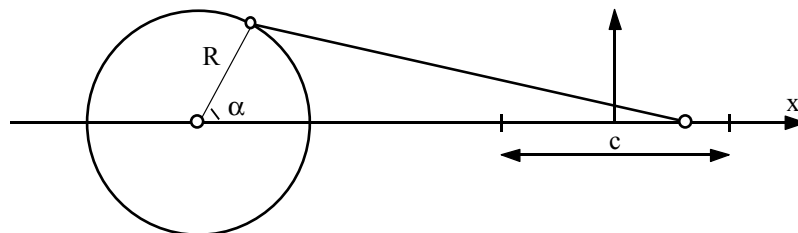


Figura 3

Facendo riferimento alla figura 3 si può ritenere, in prima approssimazione, che lo spostamento x dello stantuffo (misurato a partire da un punto situato a metà corsa) coincida con la proiezione sull'orizzontale della manovella:

$$x \cong R \cos \alpha$$

dove il raggio di manovella R è evidentemente pari a metà corsa:

$$R = \frac{c}{2}$$

Per trovare l'andamento del momento resistente M_r si può ricorrere ad un bilancio di potenze:

$$M_r \omega_r = F_r \dot{x} = F_r r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

dove F_r vale F_a durante la fase di aspirazione e $-F_m$ durante la fase di mandata, mentre $d\alpha/dt$ corrisponde a ω . Si ottiene perciò:

$$\begin{cases} M_r = F_a r \sin \alpha = 238 Nm \sin \alpha & \text{per } 0 < \alpha < \pi \\ M_r = -F_m r \sin \alpha = -2379 Nm \sin \alpha & \text{per } \pi < \alpha < 2\pi \end{cases}$$

con l'andamento qualitativo riportato in figura 4.

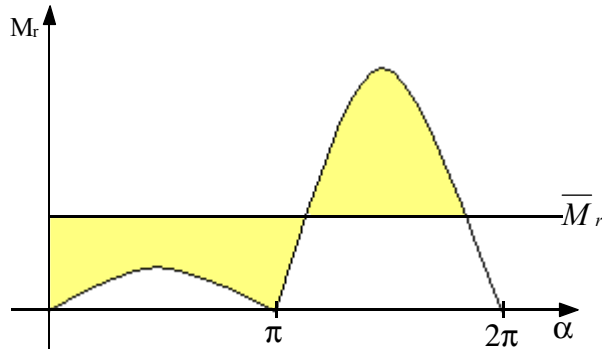


Figura 4

Come si vede l'andamento è fortemente variabile, così che il suo sviluppo in serie di Fourier dovrà tener conto di un numero di armoniche abbastanza elevato (almeno una trentina) per approssimarlo ragionevolmente. L'armonica fondamentale corrisponde ad 1 ciclo per giro, quindi la trentesima armonica corrisponderà a 30 cicli per giro.

Si può ora valutare la frequenza di taglio

$$n_t = \frac{k_m}{J\omega}$$

Si fa riferimento all'albero motore, rispetto al quale verranno ridotte tutte le grandezze. Visto che τ è molto piccolo, si ritiene dapprima di trascurare le inerzie a valle della trasmissione, tenendo quindi conto solo dell'inerzia del rotore del motore, che viene fornita in tabella tramite il valore del PD^2 :

$$J = \frac{PD^2}{8} = 0,01725 \text{ kgm}^2$$

Per valutare la rigidità k_m del motore si considera la pendenza media della curva caratteristica del motore nel tratto compreso fra la potenza di targa e la velocità di sincronismo:

$$k_m \cong \frac{M_t}{\omega_0 - \omega_m} = \frac{W_t}{\omega_m} \cdot \frac{1}{\omega_0 - \omega_m} = \frac{W_t}{n_m} \cdot \frac{1}{n_0 - n_m} \left(\frac{60}{2\pi} \right)^2 = 6,44 \text{ Nms}$$

si trova perciò:

$$n_t = \frac{k_m}{J} \cdot \frac{60}{2\pi n_m} = 1,225$$

Ad un giro dell'albero motore corrisponde una rotazione τ della manovella, cioè una frazione τ del ciclo. L'armonica fondamentale n_1 (un ciclo al giro sull'albero di manovella) corrisponde a τ cicli per giro dell'albero motore, la trentesima n_{30} a 30τ cicli. Pertanto:

$$n_1 = 0,07 < n_t = 1,225 < n_{30} = 2,1$$

Le armoniche si trovano a cavallo della frequenza di taglio e non si può perciò fare affidamento sulla sola rigidità del motore. L'adozione di un volano aggiuntivo, che appare necessario, abbasserà la frequenza di taglio, rendendo possibile che tutte le armoniche finiscano oltre n_t , ove risulta trascurabile l'effetto di k_m .

Si cerca ora, dunque, il momento d'inerzia del volano in grado di limitare l'irregolarità al valore $i=0,05$, supponendo che le masse in moto alterno siano pari a 50 kg. Per quanto visto si può ipotizzare che alla fine la rigidità del motore risulti ininfluente sull'irregolarità periodica, come se la caratteristica del motore avesse derivata nulla (rispetto ad ω) e il momento motore fosse costante di valore pari al momento resistente medio:

$$M_m = \bar{M}_r$$

Scrivendo il bilancio dei lavori elementari si ha:

$$(M_m - M_r) d\alpha = d\left(\frac{1}{2} J \omega^2\right) = \frac{1}{2} \omega^2 dJ + \frac{1}{2} J d(\omega^2)$$

dove J risulterà la somma del momento d'inerzia del volano, del motore e del contributo relativo alle masse in moto alterno (stantuffo, stelo, testa a croce...). Si fa riferimento all'albero di manovella, tenendo conto delle inerzie per mezzo dei momenti di inerzia ridotti a tale albero:

$$J' = J'_m + J'_v + J'_s$$

Se si pensa di calettare il volano sull'albero motore si avrà:

$$\begin{cases} J'_m = \frac{J_m}{\tau^2} \\ J'_v = \frac{J_v}{\tau^2} \end{cases}$$

con J'_m e J'_v perciò costanti. J'_s traduce l'effetto delle masse in moto alterno e può determinarsi imponendo che l'energia cinetica in gioco rimanga la stessa:

$$\frac{1}{2} J'_s \omega^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 \sin^2 \alpha$$

da cui:

$$J'_s = m r^2 \sin^2 \alpha$$

e quindi:

$$dJ' = d(J'_m + J'_v + J'_s) = d(m r^2 \sin^2 \alpha) = m r^2 2 \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = m r^2 \sin 2\alpha d\alpha$$

Sostituendo nel bilancio dei lavori elementari:

$$\left(M_m - M_r - \frac{1}{2} \omega^2 m r^2 \sin 2\alpha \right) d\alpha = \frac{1}{2} J' d(\omega^2)$$

L'effetto delle masse in moto alterno può essere visto come un termine che va aggiunto al momento resistente ridotto, necessario ad accelerare tali masse; come è logico, il lavoro in un ciclo dovuto a tale termine risulta nulla (l'energia cinetica accumulata in una parte viene restituita nella successiva). Essendo:

$$\frac{1}{2} \omega^2 m r^2 = 228 \text{ Nm}$$

il contributo di questo termine è dello stesso ordine di grandezza del momento resistente richiesto in fase di aspirazione. Trascurando la parte variabile nell'espressione del momento d'inerzia J' a secondo membro e integrando si ottiene:

$$\int \left(M_m - M_r - \frac{1}{2} \omega^2 m r^2 \sin 2\alpha \right) d\alpha = \Delta T(\alpha)$$

L'andamento della funzione integranda è riportato qualitativamente in figura 5.

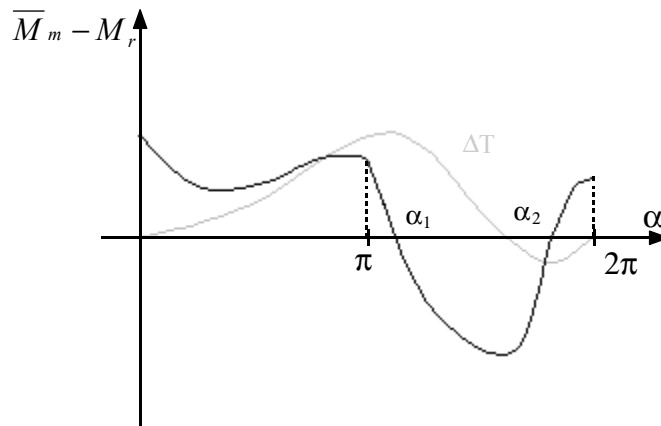


Figura 5

Lo scarto massimo di energia cinetica $D\Delta T_{max}$ si troverà scegliendo come estremi dell'intervallo di integrazione gli angoli corrispondenti al massimo e al minimo assoluti della funzione $\Delta T(\alpha)$, che è possibile individuare facilmente perché ivi deve annullarsi la funzione integranda (cioè la derivata della funzione $\Delta T(\alpha)$). Come si vede osservando la figura 5, tali zeri sono solo 2, entrambi compresi nel tratto corrispondente alla fase di mandata. I valori α_1 e α_2 di tale angolo si possono perciò trovare risolvendo l'equazione seguente:

$$M_m - M_r - \frac{1}{2} \omega^2 m r^2 \sin 2\alpha = 0$$

dove per M_r va assunta l'espressione valida nella fase di mandata. In prima approssimazione si può trascurare il contributo dovuto alle masse in moto alterno, per cui, spostando per comodità l'origine degli angoli di π , si ricava:

$$\begin{cases} \alpha_1 \cong 20^\circ \\ \alpha_2 \cong 160^\circ \end{cases}$$

L'integrale definito, calcolato fra gli estremi di integrazione α_1 ed α_2 fornisce la variazione massima di energia cinetica ΔT_{\max} :

$$\Delta T_{\max} = 2438 Nm$$

Si può ora calcolare il momento di inerzia necessario a limitare l'irregolarità periodica al valore richiesto ricorrendo alla formula:

$$J' \omega^2 i = \Delta T_{\max}$$

da cui si ricava:

$$J' = J'_v + J'_m = \frac{\Delta T_{\max}}{i \omega^2} = 104,8 kgm^2$$

Il momento d'inerzia all'albero motore vale:

$$J = J' \tau^2 = 0,514 kgm^2$$

La presenza del volano abbassa la frequenza di taglio che ora vale 0,041 cicli al giro. La rigidità del motore può pertanto venir trascurata, essendo la frequenza di taglio inferiore all'armonica fondamentale dello sviluppo in serie del momento resistente ridotto.

Cuscinetto Michell.

Cuscinetto Michell.

Un cuscinetto reggispinna di tipo Michell (a pattini orientabili) come quello mostrato nelle immagini 1 e 2, utilizzato in un gruppo alternatore/turbina (di tipo Francis) è soggetto durante il funzionamento ad un carico Q di 700 t alla velocità di rotazione n_g di 75 giri al minuto. Con riferimento alla figura 1 risultano note le dimensioni geometriche:

$$\begin{cases} D_e = 2,2m \\ D_i = 1,1m \\ d = 50mm \\ x_N = 0,565l \end{cases}$$

dove d , x_N ed l si intendono misurate lungo la circonferenza media.

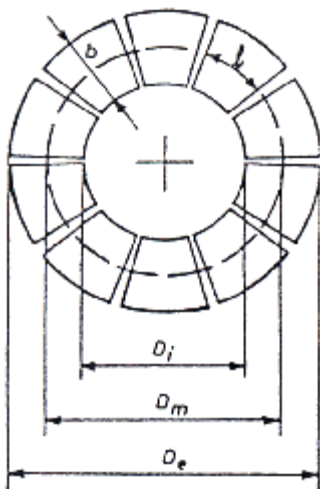


Figura 1

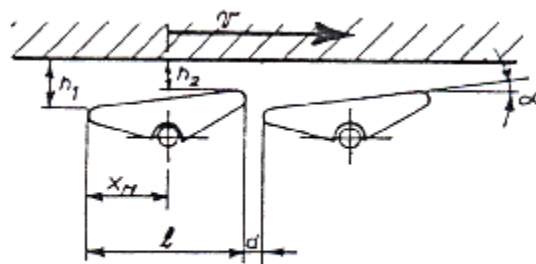


Figura 2

n	A	$A(n-1)^2$	x_N/l	k
1,6	0,141	0,0508	0,548	2,20
1,8	0,153	0,0982	0,559	2,03
2,0	0,159	0,159	0,571	1,94
2,2	0,160	0,231	0,577	1,88
2,4	0,159	0,312	0,586	1,85
2,6	0,156	0,400	0,594	1,83
2,8	0,152	0,494	0,601	1,82
3,0	0,148	0,592	0,608	1,81

Tabella 1

Utilizzando i coefficienti riportati nella tabella 1 (eventualmente ricorrendo ad una interpolazione lineare) e conoscendo la viscosità μ del lubrificante impiegato pari a $0,0035 \text{ kgs/m}^2$, determinare:

- 1) l'altezza minima h_2 e massima h_1 del meato;
- 2) l'inclinazione α del pattino;
- 3) il coefficiente di attrito mediato f_m ;
- 4) la componente tangenziale T dell'azione fra le superfici;
- 5) la coppia resistente (si ritenga T applicata al raggio medio);
- 6) la potenza dissipata.

Come prima cosa è necessario valutare il raggio medio in quanto tutte le misure si rifanno a tale grandezza:

$$R_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{D_e + D_i}{2} = 0,825m$$

e quindi la velocità tangenziale sarà:

$$v = \omega R_m = R_m n_g \frac{2\pi}{60} = 6,479 \frac{m}{s}$$

Si può inoltre calcolare la larghezza del pattino:

$$b = \frac{D_e - D_i}{2} = 0,55m$$

La lunghezza di un singolo pattino sarà invece la seguente:

$$l = \frac{2\pi R_m}{2} d = 2,542m$$

e quindi il carico sopportato dal singolo pattino sarà (dalla figura si ricava che il numero z di pattini è pari a 10):

$$N_p = \frac{Q}{z} = 70t$$

e dunque il carico per unità di lunghezza si esprimerà nel modo seguente:

$$N = \frac{N_p}{b} = 358,974t$$

mentre la pressione media sarà:

$$p_m = \frac{N_p}{bl}$$

È ora importante sottolineare che, siccome ai bordi del pattino l'olio deve defluire, b non può essere la vera larghezza del pattino, che sarà invece espressa nel modo seguente:

$$b' = bc$$

dove la costante c è definita nel modo seguente:

$$c = \frac{b}{b+1} = 0,355$$

Si può ora sfruttare quanto noto dalla teoria e utilizzare la seguente relazione:

$$N = A\mu v \frac{l^2}{h_2^2}$$

dalla quale si ricava:

$$h_2 = \sqrt{\frac{A\mu v l^2}{N}} = 46,476\mu m$$

dove il valore di A è stato ricavato per interpolazione lineare dalla tabella 1. Dai dati forniti risulta infatti che:

$$\frac{x_N}{l} = 0,565$$

che corrisponde ad una via di mezzo tra la situazione corrispondente ad $n=1,8$ e quella corrispondente ad $n=2,0$: l'interpolazione lineare permette dunque di ricavare i valori della tabella 2

n	A	$A(n-1)^2$	x_N/l	k
1,9	0,156	0,126	0,565	1,98

Tabella 2

Una volta trovato il valore di h_2 risulta immediato ricavare il valore di h_1 : si può infatti sfruttare la seguente relazione:

$$h_1 = h_2 n = 88,305\mu m$$

Avendo h_1 ed h_2 si può valutare l'angolo α nel modo seguente:

$$\alpha = \arctg \frac{h_1 - h_2}{l} = (9 \cdot 10^{-7})^\circ$$

Per tenere conto delle perdite bisogna ora introdurre un coefficiente correttivo definito come:

$$c' = \sqrt{\frac{4l+b}{b}} = 2,09865$$

con il quale si può poi ottenere il coefficiente di attrito mediato:

$$f_m = kc' \sqrt{\frac{\mu v}{N}}$$

L'azione tangenziale per unità di larghezza è dunque:

$$T = f_m N$$

mentre l'azione tangenziale sul singolo pattino sarà:

$$T_p = T b$$

La coppia resistente è dunque:

$$M = z T_p R_m$$

Si ha dunque a questo punto tutto quello che serve per ricavare la potenza dissipata.

Teoremi di Rivals e Coriolis.

Teoremi di Rivals e Coriolis..

La risoluzione grafica è un metodo potente per la risoluzione di un gran numero di esercizi. Per avere un'idea di come questo metodo funzioni è possibile fare riferimento al sistema mostrato in figura 1 nel quale si può osservare un manovellismo ordinario centrato.

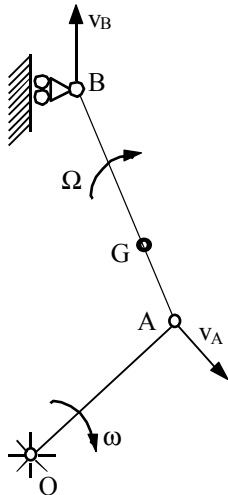


Figura 1

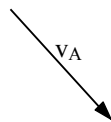


Figura 2

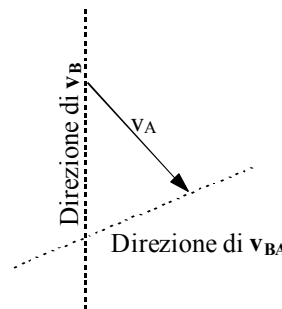


Figura 3

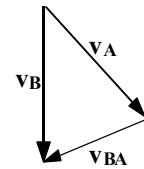


Figura 4

Si suppongano noti solamente i dati geometrici e il valore della velocità angolare ω , costante, dalla quale si può ricavare il modulo della velocità v_A . Se è richiesta la velocità del punto B si può sfruttare la nota relazione secondo la quale:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Come è stato appena detto la velocità v_A è nota sia in direzione e verso che in modulo e quindi si può dare inizio alla costruzione di un poligono delle velocità riportando proprio tale velocità, come mostrato in figura 2. Per quanto riguarda le velocità v_B e v_{BA} , queste sono incognite per quanto riguarda il modulo ma sono note le loro direzioni, che possono essere desunte dalla geometria. In figura 3 è allora mostrato il secondo passo della costruzione del poligono delle velocità. A questo punto è possibile ricavare geometricamente la misura delle velocità v_B e v_{BA} tramite misura diretta della lunghezza dei due vettori che si vengono a configurare. Il poligono complessivo delle velocità è allora quello mostrato in figura 4. Una volta noto il valore del modulo di v_{BA} si può osservare come sia valida la seguente relazione:

$$|\vec{v}_{BA}| = \Omega \overline{AB}$$

dalla quale si ricava:

$$\Omega = \frac{|\vec{v}_{BA}|}{\overline{AB}}$$

Il procedimento seguito per ottenere le misure dal metodo della poligonale è spesso riassunto in una tabella come la tabella 1:

\mathbf{v}_B	=	\mathbf{v}_A	+	\mathbf{v}_{BA}	
?		$\omega(AO)$		$\Omega(AB)$	Moduli
//BO		$\perp AO$		$\perp BA$	Direzioni

Tabella 1

Se ora si volesse calcolare la velocità v_G si può ancora utilizzare il medesimo sistema visto in precedenza e sfruttare la tabella 2; in questo caso si partirà ancora con la sola velocità v_A della quale si conosce tutto (e si faccia quindi riferimento alla figura 5), in seguito (figura 6), siccome il termine Ω è già stato calcolato in precedenza, si può indicare anche la velocità v_{GA} ; a questo punto, come si nota dalla figura 7, la direzione della velocità v_G risulta fissata e se ne può quindi misurare in maniera diretta il modulo. Il poligono completo delle velocità è allora quello mostrato in figura 8.

v_G	$=$	v_A	$+$	v_{GA}	
?		$\omega(AO)$		$\Omega(AG)$	Moduli
?		$\perp AO$		$\perp GA$	Direzioni

Tabella 2

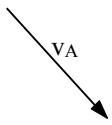


Figura 5

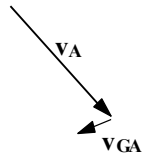


Figura 6

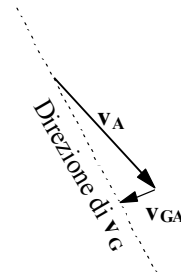


Figura 7

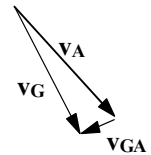


Figura 8

Il metodo della poligonale è utilizzabile anche per quanto riguarda le accelerazioni, anche se è necessaria una attenzione maggiore in quanto gli elementi sono più numerosi; per ricavare dunque l'accelerazione del punto B si farà riferimento alla seguente relazione:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \quad (1)$$

e si nota quindi come sia necessario valutare le accelerazioni normali e tangenziali. Anche in questo caso si può riassumere tutto in una tabella che, osservando che la velocità angolare ω è stata data costante e che quindi non ci sarà alcuna accelerazione tangenziale relativa al punto A, potrà essere costruita come mostrato nella tabella 3.

a_B	$=$	a_{An}	$+$	a_{At}	$+$	a_{BA}^n	$+$	a_{BA}^t	
?		$\omega^2(AO)$		-		$\Omega^2(BA)$		$\Omega'(BA)$	Moduli
//OB		//AO		-		//BA		$\perp BA$	Direzioni

Tabella 3

Siccome il valore di Ω' è ignoto (mentre Ω è stato calcolato in precedenza), le incognite del problema saranno i moduli delle accelerazioni a_B ed a_{BA}^t . Utilizzando tutti i dati si ottiene il poligono rappresentato in figura 9 che, completato come mostrato in figura 10, permette di ricavare le incognite.

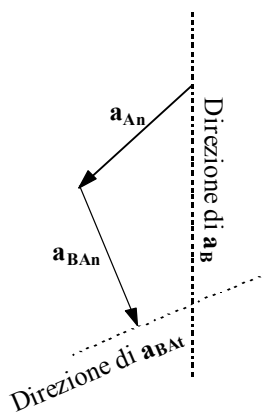


Figura 9

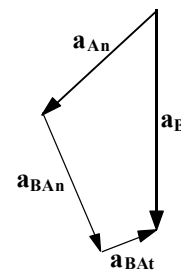


Figura 10

È significativo notare che il verso dei vettori che compongono il poligono di figura 10 deve essere adeguato ai segni che appaiono nella relazione (1).