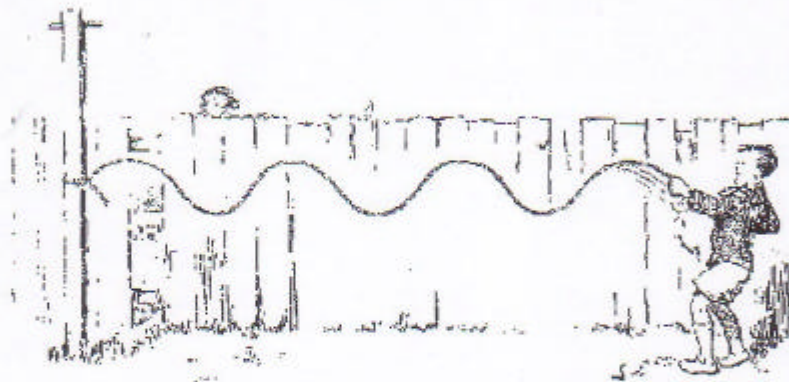


Onde Stazionarie



RICERCA EMPIRICA DELLE LEGGI
CHE GOVERNANO IL COMPORTAMENTO
DI UNA CORDA VIBRANTE IN
REGIME STAZIONARIO

CLASSE III Tr. C

GIULIA FESTA

L.S. «B. Russell»
1998

PROF. V. CALABRO

PREMESSA DELL'INSEGNANTE

Com'è noto, i fenomeni dell'interferenza e della diffrazione costituiscono la caratteristica più saliente delle onde. La presenza di un fenomeno di interferenza è sempre da considerare come la conseguenza più probante del fatto che un processo fisico possa essere interpretato come un fenomeno ondulatorio.

Alla fine dell'Ottocento lo scienziato tedesco Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894) mediante esperimenti di interferenza che producono onde elettromagnetiche stazionarie verificò sperimentalmente, nel campo delle frequenze radio, l'esistenza di questo tipo di onde.

Quando Hertz si occupò del problema, nuovo per quel tempo, della produzione e rivelazione di onde elettromagnetiche molto probabilmente si era già soffermato a considerare un problema di interferenza analoga a quello elettromagnetico, relativo cioè a situazioni più note e accessibili. È sempre stato frequente nel passato l'uso di modelli analogici e dell'analogia per giustificare modelli astratti di comportamento di sistemi fisici sottoposti a indagine empirica.

Com'è noto l'esperimento del 1888 effettuato con apparecchiature primitive e rudimentali da Hertz permise la conferma empirica dell'esistenza delle onde e.m. previste teoricamente da Maxwell circa 20 anni prima.

Per controllare sperimentalmente la presenza di onde e.m. emesse da un oscillatore elettrico e certificare così la validità della teoria di Maxwell, Hertz costruì un'apparecchiatura che aveva lo scopo di "imbrigliare" le onde e.m. in una configurazione stazionaria non variabile nel tempo.

In quel periodo non si aveva esperienza alcuna delle proprietà di queste onde, successivamente chiamate hertziane, perché al di là della previsione teorica di Maxwell se proprio non si era per niente persuasi della loro esistenza, certamente esisteva nella comunità scientifica un certo scetticismo. Hertz, al contrario, ne era tanto convinto che lavorò parecchi anni per verificarne l'esistenza.

È possibile con ragionevole approssimazione avanzare l'ipotesi, del tutto realistica e per niente avventata sul piano storico, che Hertz nel suo lavoro di

indagine sulla natura e sulle proprietà di questa tipologia di onde utilizzò l'analogia di comportamento tra un sistema meccanico e un sistema elettrico. Altro discorso è giustificare perché Hertz si poté rifare alla stretta somiglianza che le onde e.m. mostravano con le onde meccaniche. V'è da dire a questo proposito che Hertz subì la forte influenza del suo maestro Hermann von Helmholtz (1821-1894), grande figura di scienziato dalla considerevole competenza nel campo dell'analisi dei suoni musicali che, com'è noto, sono onde di tipo meccanico. Celebri sono i suoi studi sulla risonanza del suono mediante "risuonatori d'aria". Dunque, non è da escludere a priori che ad Hertz poté venire in mente qualche idea dall'analogia che era possibile stabilire tra suono e onde e.m., o, meglio, tra configurazione stazionaria di onde meccaniche e configurazione stazionaria di onde elettromagnetiche. I fenomeni dell'interferenza e della diffrazione sono possibili in entrambi i casi e caratterizzano efficacemente il modello ondulatorio di entrambe le realtà fisiche.

Si possono presentare tanti esempi di analogia tra sistemi fisici operanti in settori differenti. Un classico esempio, didatticamente sempre efficace, è il collegamento in parallelo di molle elicoidali che manifestano forti analogie con l'analogo comportamento di resistori in parallelo o di tubi collegati in derivazione nei quali scorre acqua. Nulla esclude che Hertz partendo da un'analogia del genere poté pervenire alla decisiva conclusione che avrebbe potuto esserci un legame molto profondo tra le due tipologie di fenomeni.

Adesso, al di là di come sono andate veramente le cose, rimane il fatto che al tempo di Maxwell l'analogia di comportamento fra sistemi meccanici e sistemi elettromagnetici era un paradigma frequentemente adoperato dalla comunità scientifica e aveva una ragion d'essere molto semplice, di tipo matematico estremamente convincente, di cui peraltro Maxwell ne fu un convinto assertore con i suoi modelli meccanici di trasmissione di onde nell'etere.

Manuzio e Passatore¹ propongono a questo proposito un semplice e significativo esempio. Riflettiamo un po' su quanto stiamo per dire. "Come si possono calcolare i valori numerici delle incognite x e y che verificano le seguenti equazioni?"

¹ G. Manuzio-G. Passatore, Verso la fisica, Milano, Principato, 1983, pp.403-405, 535-536.

$$4x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$4y^2 + 2y - 3 = 0$$

*Chi risolverebbe entrambe le equazioni? Partendo dall'osservazione che le due equazioni sono identiche e ciò che cambia è solo il simbolo dell'incognita, per giunta arbitrario, si perviene alla conclusione che si tratta della stessa equazione scritta con simboli differenti.¹⁾ Allo stesso modo si può studiare un sistema fisico elettromagnetico studiando precedentemente un analogo sistema meccanico che manifesta una forte somiglianza di comportamento. La differenza consiste, *mutatis mutandis*, solo in una trasposizione di simboli che non hanno alcun effetto ai fini dello studio del fenomeno.*

Questo è quanto propone al lettore interessato la riflessione didattica che si è riusciti a effettuare in una classe di maturità scientifica durante l'anno scolastico 1997/98. Un'allieva si è proposta di studiare l'esperimento di Hertz partendo da un esperimento analogo da lei condotto in laboratorio. L'idea è stata quella di partire da un consolidato patrimonio di conoscenze e di abilità acquisite sul campo sia durante la fase di progettazione, sia nella successiva fase di realizzazione e di analisi dei risultati di un esperimento di meccanica delle onde stazionarie prodotte in una cordicella da un vibratore meccanico. Il fenomeno è giustificato dal fatto che il sistema, così come è proposto in letteratura, realizza classicamente l'interferenza fra due onde meccaniche mediante un'onda incidente e una riflessa molto simili all'esperimento originale di Hertz. La prima delle due onde ha origine nel perno vibrante di un generatore di onde meccaniche trasversali (rasoio elettrico) e la seconda per riflessione contro un ostacolo.

Il lavoro di ricerca che qui di seguito l'allieva presenta mostra il ruolo che può svolgere nell'apprendimento della fisica un uso consapevole del laboratorio. Si tratta molto brevemente dell'analisi comparata (analogica) di due esperimenti di fisica molto importanti nella letteratura scientifica entrambi analizzati nella prospettiva del conseguimento di un obiettivo finale ambizioso che è la comprensione del ruolo svolto da H. R. Hertz nella conferma empirica dell'esistenza delle onde

elettromagnetiche e, più in generale, nel controllo sperimentale della validità della teoria di Maxwell relativa all'Elettromagnetismo Classico.

La proposta didattica realizzata dall'allieva Giulia Festa del 3° Triennio C a indirizzo scientifico del Liceo Classico Sperimentale Statale "E. Russell" di Roma consiste pertanto nella realizzazione di un corposo e impegnativo esperimento sulle onde meccaniche che si propagano in un filo teso come base interpretativa per la comprensione del più importante esperimento del 1888 col quale H. Hertz si prefisse di confermare contemporaneamente non solo la presenza di onde e.m. emesse da un oscillatore elettrico (rocchetto di Ruhmkorff) durante le scariche elettriche ma anche di misurare la velocità di propagazione delle stesse onde nello spazio.

L'idea molto semplice è quella di far comprendere la metodologia di indagine e la tecnica operativa utilizzate da Hertz attraverso un fenomeno analogo più semplice e intuitivo da analizzare in chiave propedeutica.

Sfrutteremo dunque l'analogia di comportamento tra il fenomeno meccanico e quello elettromagnetico e supporremo che le oscillazioni prodotte da un vibratore meccanico (un vecchio ma sempre valido motorino di un rasoio elettrico) trasmettono onde a un ostacolo fisso costituito da un pesetto appeso all'altra estremità del filo. Le onde si riflettono, cambiano fase (si capovolgono) e interferiscono col treno d'onde incidente producendo per determinati valori sia della lunghezza l del filo, sia della frequenza f di oscillazione, sia della tensione T del filo, onde stazionarie. La teoria prevede in questo caso che le onde che si muovono in direzioni opposte viaggiano nella cordicella con una certa velocità v e producono nodi e ventri.

L'esperimento consiste pertanto nel confermare empiricamente la legge del fenomeno delle onde stazionarie e, successivamente, nel misurare la distanza fra nodi e ventri dell'onda stazionaria come elemento per poter determinare la lunghezza d'onda λ della perturbazione ondulatoria, dalla quale risalire indirettamente alla velocità v delle onde meccaniche prodotte. Hertz usò la stessa idea come specchio fedele per poter misurare la lunghezza d'onda λ delle onde radio. Nel 1890, O. Wiener dimostrò, in maniera analoga, l'esistenza delle onde

stazionarie per la luce mediante una pellicola fotografica che presentava una serie di linee scure eguidistanti.

Per giustificare l'ipotesi sopra accennata l'allieva ha messo su un interessante processo di elaborazione dati che giustifica l'idea di quanto sia degno di attenzione e creativo il lavoro empirico di laboratorio e quello successivo di elaborazione dei dati.

Così è noto nel *Trattato di Elettricità e Magnetismo* Maxwell aveva previsto che nel circuito elettrico oscillante si producessero fenomeni oscillatori in grado di produrre nello spazio circostante onde elettromagnetiche che si propagavano da un'antenna alla velocità della luce.

Hertz affermò che se la teoria di Maxwell era corretta, la figura di onde stazionarie che sarebbe stata prodotta dall'interferenza dell'onda e.m. incidente e da quella riflessa contro un piano speculare metallico doveva presentare, come nell'esperimento meccanico testé citato, dei ventri e dei nodi nei quali il vettore campo elettrico E giacendo in un piano ben determinato doveva assumere valori massimi e minimi in coincidenza dei ventri e dei nodi dell'onda stazionaria.

Il ragionamento che sta alla base del lavoro di ricerca che l'allieva ha diligentemente svolto consiste nel dedurre il reale comportamento di un sistema e.m. da una serie di interventi empirici svolti in laboratorio e basati da un lato sulla distinzione fra onde meccaniche stazionarie e onde viaggianti e dall'altro sulla concreta possibilità di misurare indirettamente la velocità delle onde meccaniche prodotte nel filo. L'indagine così svolta in laboratorio ha avuto lo scopo di fornire una base analogica di comportamento delle due tipologie di fenomeni che forniscono un considerevole appoggio al modello ondulatorio della luce con conseguenti ricadute esplicative della fenomenologia ondulatoria.

Non sembra secondario l'obiettivo didattico di "far toccare con mano" agli studenti l'importante fenomeno delle onde stazionarie. Più di una volta l'argomento non viene svolto o approfondito a scuola a causa del limitato tempo a disposizione dei docenti per svolgere il programma ministeriale.

Con questo lavoro si spera di essere riusciti a fornire un'occasione concreta per impegnare una classe di maturità scientifica ad acquisire abitudine alla prassi metodologica di laboratorio nel contesto di un lavoro che in genere è quasi

esclusivamente teorico. L'intento esplicitamente dichiarato è stato quello di riuscire ad aiutare i giovani maturandi a sviluppare le loro personalità sul piano della formazione del pensiero critico nel momento in cui affrontano la progettazione e lo sviluppo di un esperimento che si prefigge la meta di confermare empiricamente un'ipotesi scientifica attraverso il controllo sperimentale di laboratorio.

Roma, Maggio 1998

*L'insegnante di fisica e laboratorio
Prof. Vincenzo Calabrò*

PREMESSA

Il lavoro sperimentale che segue mira a confermare la legge fondamentale che riguarda le onde stazionarie prodotte in una sottile cordicella da un vibratore meccanico.

Com'è noto le oscillazioni di un sistema meccanico oltre che come "oscillazioni in un sistema aperto" che si propagano da un luogo ad un altro possono essere classificate anche come "oscillazioni in un sistema chiuso" confinate cioè in una certa regione senza che si possano propagare. Esse vengono chiamate onde stazionarie e costituiscono l'interesse della presente ricerca sperimentale.

Senza pretendere di illustrare esaurientemente questo fenomeno si può dire che, applicando la seconda legge di Newton, si ottengono due equazioni in funzione del tempo e della posizione che esprimono la forza agente su un segmento di corda. Dal loro confronto si ottiene

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

equazione di un'onda viaggiante con velocità $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ nella corda. Nel caso di una corda vibrante lunga 1 m.d.m. , fissa ad entrambe le estremità, è valida la relazione $v = \lambda f$. La condizione per avere delle onde stazionarie è che i due estremi del filo siano nodi; nel caso in cui ci sia mezza lunghezza d'onda $\lambda = \frac{l}{2}$; generalizzando $\lambda = \frac{2l}{n}$ da cui $\lambda = \frac{2l}{n}$. L'equazione $v = \lambda f$ diventerà $\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{2l}{n} f$

cioè
$$T = \frac{4f^2}{n^2} \mu l^2 \quad (1)$$

La (1) rappresenta la legge delle onde stazionarie che utilizzeremo durante l'intero lavoro di ricerca. Esso si suddivide in cinque momenti d'indagine.

Nella prima fase si è confermata la correlazione di tipo inverso tra la tensione T del filo e la densità lineare μ del filo stesso. Per far ciò abbiamo utilizzato fili di diverso materiale e spessore in modo da poter avere una vasta gamma di valori relativi alla densità lineare.

Nella seconda fase si è confermata la correlazione tra la lunghezza d'onda λ e la densità lineare del filo μ . Per far ciò si è variata la densità lineare μ e di conseguenza, variata la lunghezza d'onda lasciando inalterato il numero di nodi.

Nella terza fase si è confermata la correlazione tra la tensione (T) applicata al filo e la lunghezza stessa del filo (l).

Variaudo la lunghezza del filo e cambiando, poi, il numero dei pesetti in modo tale da lasciare inalterato il numero di lunghezze d'onda nel filo se ne è potuto trovare il legame.

Nella quarta fase si è confermata la relazione tra λ (lunghezza d'onda) ed n (numero di mezza lunghezze d'onda = ventri). Per far ciò si sono mantenute costanti tutte le altre grandezze quali μ (densità lineare del filo) ed l (lunghezza del filo).

La quinta, ed ultima fase sperimentale mirava alla misurazione indiretta della velocità di propagazione nel filo dell'onda.

Per far ciò si sono utilizzate due formule diverse ($v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, $v = \lambda f$) osservando la stretta somiglianza tra i valori corrispondenti.

INDICE

Schema dell'apparato

Fotografie dell'apparecchiatura e dei materiali utilizzati

Conferma teorica della legge delle onde stazionarie mediante il metodo dell'analisi dimensionale

Correlazione esistente tra T e μ

Correlazione esistente tra λ e μ

Correlazione esistente tra T e l

Correlazione esistente tra λ e n

Misurazione indiretta della velocità di propagazione delle onde meccaniche

Bibliografia e ringraziamenti